



بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ

الفصل السابع

تمارين في تصميم الأعمدة (١)

DESIGN OF SHAFTS

إعداد

أ.د. مُحَبِّ مُحَمَّد أَنَيْس الشِّرِبَاصِي

أستاذ الهندسة الزراعية

ووكيلاً الكلية لشئون التعليم والطلاب

Note:

عندما يُعطى في المسألة أقصى إجهاد إلتواء (σ_s) فإنه يجب القسمة على معامل الأمان حتى يتم تصميم العمود بحيث يمكنه تحمل الإجهاد. حيث يتم التصميم على إجهاد التشغيل وليس أقصى إجهاد لأن أقصى إجهاد سوف يسبب الكسر في العمود.

$$\text{Design stress} = \frac{\text{Ultimate stress}}{\text{Safety factor}}$$

مثال:

صمم العمود الذي يقوم بنقل قدرة مقدارها (10 hp) على سرعة (400 rpm) إذا علمت أن أقصى إجهاد إلتواء يتحمله هو (8000 kg/cm²) ؟

الحل:

$$T = \frac{71640 \text{ HP}}{N} = \frac{71640 \times 10}{400} = 1791 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

Suppose that (S.F) = 2

$$\therefore \sigma_D = \frac{\sigma_s}{2} = \frac{8000}{2} = 4000 \text{ kg}_f / \text{cm}^2$$

\therefore Design or working stress = 4000 kg_f/cm²

$$\therefore \sigma_D = \frac{16T}{\pi d^3} \quad \therefore \quad 4000 = \frac{16 \times 1791}{3.14 d^3}$$

$$\therefore d^3 = 2.28 \quad \therefore d = 1.32 \text{ cm}$$

$$\therefore d = 13.2 \text{ mm}$$

ثم نقرب الرقم الناتج إلى أقرب رقم صحيح (5 mm)

\therefore Take $d = 15 \text{ mm}$

ثانياً: تصميم الأعمدة المعرضة لعزم إإنحناء فقط:

Shafts subjected to twisting moment or torque only:

في هذه الحالة يتعرض العمود لاجهاد إإنحناء فقط نتيجةً لوجود عزم إإنحناء حيث أنه لا توجد قدرة منقولة أو سرعة دوران لأن العمود يكون ثابتاً، وتوجد عليه أحمال تسبب إإنحناءه فقط.

وهنا يتم الحصول على عزم الإنحناء (M_b) من خلال تمثيل العمود كأنه كمرة بسيطة، حيث يتم الحصول على أقصى عزم إإنحناء والذي يتم التعويض به في قانون إجهاد الإنحناء

كالتالي:

$$\frac{\sigma_b}{y} = \frac{M_b}{I}, \quad \text{N/mm}^3$$

Where:

σ_b = Bending stress, N/mm²

y= Distance from the axle to the outer surface, mm

M_b = Bending moment acting at the section, N.mm

I= Moment of inertia of the cross-section, mm⁴

ومن المعادلة السابقة يمكن إيجاد إجهاد الإنحناء كما يلي:

$$\sigma_b = \frac{M_b \cdot y}{I}, \text{ N/mm}^2 \quad \& \quad I = \frac{\pi d^4}{64}, \text{ mm}^4$$

$$\sigma_b = \frac{M_b \cdot y}{I} = \frac{M_b \frac{d}{2}}{\pi d^4} \therefore \boxed{\sigma_b = \frac{32 M_b}{\pi d^3}, \text{ N/mm}^2}$$

64

Note: ملاحظة

يتم الحصول على أقصى عزم إنحناء من خلال (B.M.D). ولأن التصميم يجب أن يتم على أقصى إجهاد يتعرض له العمود فإنه يجب القسمة على معامل الأمان حتى يتم تصميم العمود بحيث يمكنه تحمل الإجهاد. وبالتالي يتم التصميم على إجهاد التشغيل وليس أقصى إجهاد لأن أقصى إجهاد سوف يسبب الكسر في العمود.

$$\text{Design stress} = \frac{\text{Ultimate stress}}{\text{Safety factor}}$$

مثال:

صمم العمود الذي طوله (200cm) ويرتكز في طرفيه على كرسيين محور ويحمل طارة توزع حملاً مقداره (20kg) لأسفل على بعد (50cm) من الكرسي الأيمن وترساً يوزع حملاً مقداره (30kg) لأسفل على بعد (60cm) من الكرسي الأيسر، علماً بأن أقصى إجهاد إلنجحاء لمادة العمود هو ؟ (8000 kg/cm^2)

الحل:

يتم رسم العمود على أنه كمرة بسيطة ترتكز عند طرفيها على ركائزتين مفصليتين، ثم يتم حساب ردود الأفعال عند الركائزتين من خلال قوانين الإتزان، وبعدها يتم حساب أقصى عزم إلنجحاء والذي يتم التعويض به في معادلة إجهاد إلنجحاء كما يلي:

أولاً: حساب ردود الأفعال عند الركائزتين (A) و (B):

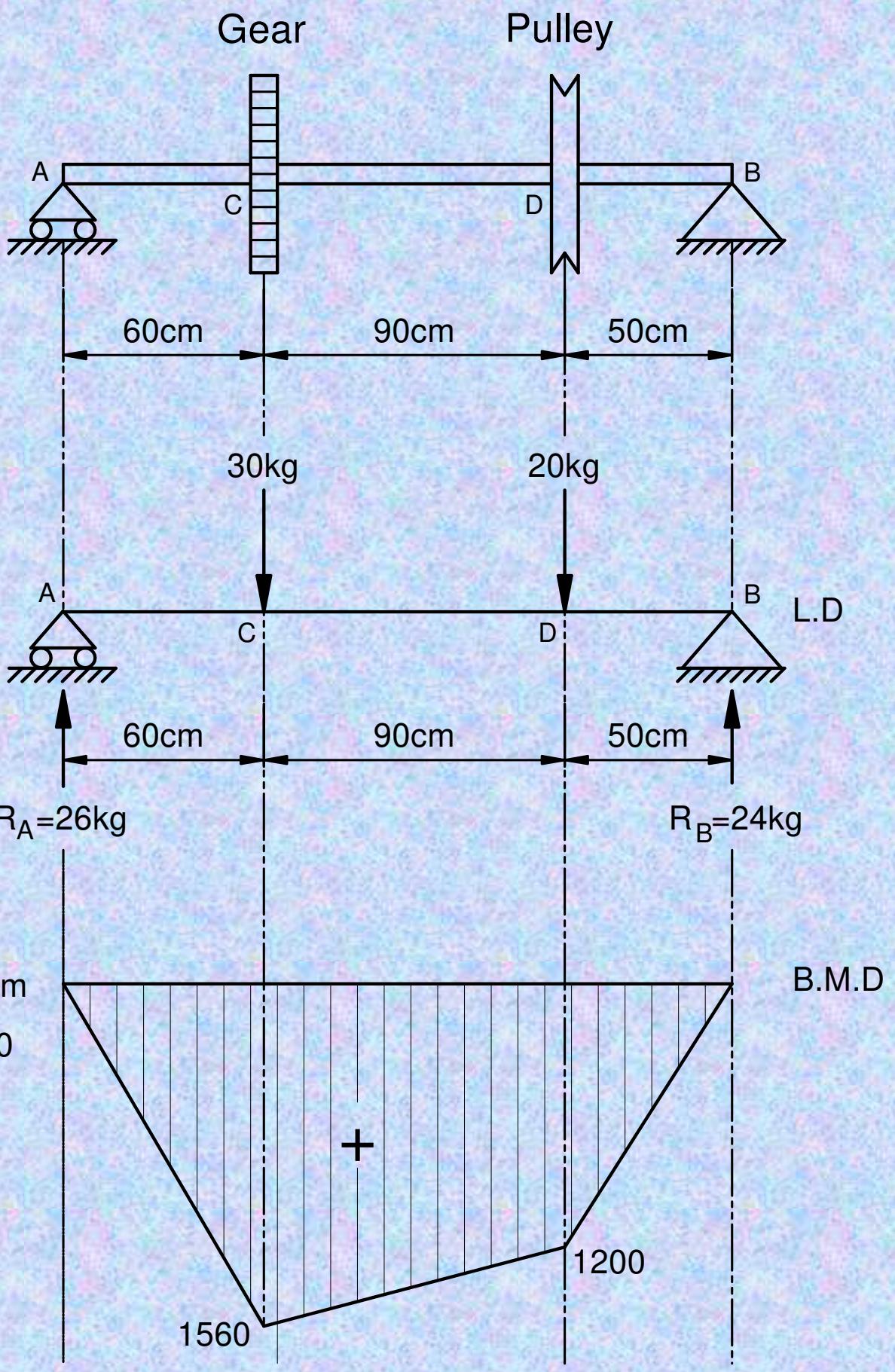
مجموع العزوم حول نقطة (B) يساوي صفرأ

$$\therefore R_A \times 200 = (30 \times 140) + (20 \times 50)$$

$$\therefore 200 R_A = 4200 + 1000 \quad \therefore R_A = 26 \text{ kg}_f$$

$$\& \therefore \sum Y = 0 \quad \therefore R_A + R_B = 30 + 20$$

$$\therefore 26 + R_B = 50 \quad \therefore R_B = 24 \text{ kg}_f$$



ثانياً: حساب عزوم الانحناء عند جميع النقط:

$$M_A = 0.0 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

$$M_C = 26 \times 60 = 1560 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

$$M_{D_{\text{Left}}} = (26 \times 150) - (30 \times 90) = 1200 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

$$M_{D_{\text{Right}}} = 24 \times 50 = 1200 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

$$M_B = 0.0 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

So, the maximum bending moment is **(1560 kg_f.cm)**

$$\because \sigma_b = \frac{32 Mb}{\pi d^3}, \text{ kg}_f/\text{cm}^2 \quad \& \quad \because S.F = 2$$

$$\therefore \sigma_D = \frac{8000}{2} = 4000 \text{ kg}_f/\text{cm}^2$$

$$\therefore 4000 = \frac{32 \times 1560}{3.14 d^3} \quad \therefore d^3 = 3.97$$

$$\therefore d = 1.99 \text{ cm} \quad \therefore d = 19.9 \text{ mm}$$

$$\therefore \text{Take } d = 20 \text{ mm}$$

ثالثاً: تصميم الأعمدة المعرضة لـ إجهاد مركب (إنحناء وإلتواء):

Shafts subjected to compound stresses (bending and torsion):

عندما يتعرض عمود ما لإجهاد إلتواء وإجهاد إنحناء معاً فإننا نحصل على عزم الإلتواء من القانون الخاص به وهو:

$$T = \frac{71640 \text{ HP}}{N}, \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

كما نحصل على عزم الإنحناء من خلال تحليل الإجهادات على العمود ومعاملته كأنه كمرة بسيطة فنحصل على:

M_b = Maximum bending moment, kgf .cm

وبتطبيق قانون إجهاد القص الأعظم نحصل على (d)، أي قطر العمود المراد تصميمه، ثم نقرب الرقم الناتج إلى أقرب رقم صحيح (5 mm)

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{\sigma_t^2 + 4 \tau^2}, \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{(\text{Bending})^2 + 4 (\text{Torsion})^2}, \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{32M_b}{\pi d^3}\right)^2 + 4 \left(\frac{16T}{\pi d^3}\right)^2}, \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{\max} = \frac{16}{\pi d^3} \sqrt{Mb^2 + T^2}, \text{ kg/cm}^2$$

Note: ملاحظة◆

1. عند حساب إجهاد القص الأعظم (τ_{\max}) لا يتم القسمة على معامل الأمان، حيث يتم وضع قيمة إجهاد القص الأعظم كما هي.
2. يتم وضع معاملات أمان للإنحناء والالتواء بقيم تتراوح ما بين (1.5-2.0). وبالتالي تصبح معادلة الإجهاد الأعظم بعد إضافة معاملات الأمان كالتالي:

Table (2): Recommended values for (K_m and K_t).

Nature of load	K_m	K_t
1. Stationary shafts:		
(a) Gradually applied load	1.0	1.0
(b) Suddenly applied load	1.5 to 2.0	1.5 to 2.0
2. Rotating shafts:		
(a) Gradually applied or steady load.	1.5	1.0
(b) Suddenly applied load with minor shocks only.	1.5 to 2.0	1.5 to 2.0
(c) Suddenly applied load with heavy shocks.	2.0 to 3.0	1.5 to 3.0