



بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ

الفصل السابع

تمارين في تصميم الأعمدة (2)

DESIGN OF SHAFTS

إعداد

أ.د. مُحَبْ مُحَمَّد أَنَيْس الشِّرِبَاصِي

أستاذ الهندسة الزراعية

ووكيلاً الكلية لشئون التعليم والطلاب

$$\tau_{\max} = \frac{16}{\pi d^3} \sqrt{K_m \cdot Mb^2 + K_t \cdot T^2}, \text{ kg/cm}^2$$

♦ مثال-1: Example :

عمود صلب دائري يرتكز على كراسٍ محاور (A , B) ومحمل عليه طارتان مع سيور عند (C , D)، فإذا كان العمود يقوم بنقل قدرة مقدارها (10hp) عند سرعة (400rpm) وأن أقصى شد في السير (C) يساوي (200kgf) وفي السير (D) يساوي (90kgf) وزن الطارة (C) يساوي (20kgf) والطارة (C) يساوي (40kgf) وقطر الطارة (C) هو (30cm) وقطر الطارة (D) هو (60cm). صمم العمود إذا علمت أن إجهاد القص الأعظم يساوي (420kgf/cm²)

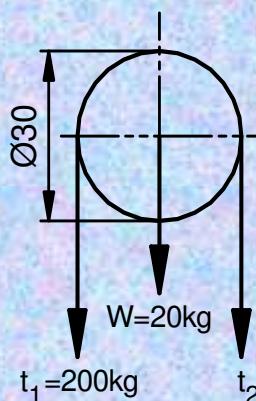
♦ الحل: Solution :

1- From HP and rpm:

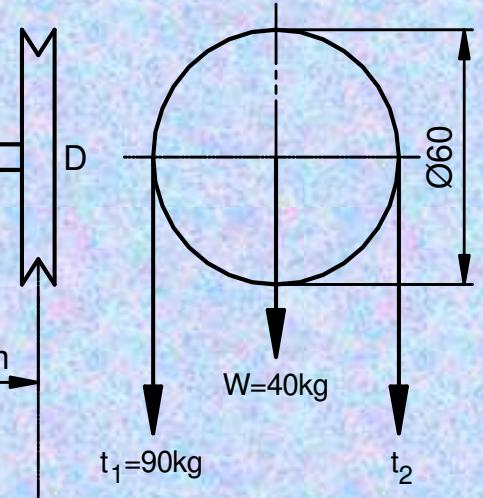
$$\therefore T = \frac{71640 \text{ HP}}{N}, \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

$$\therefore T = \frac{71640 \times 10}{400} = 1791 \text{ kg.cm}$$

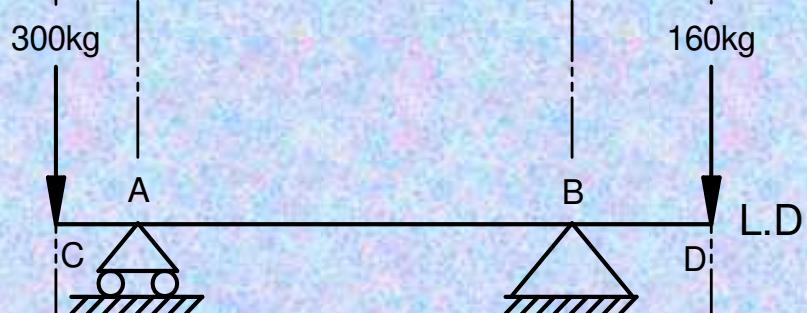
Pulley



Pulley



Units in, kgs
Scale, 1 : 2



4500 4000

Units in, kg.cm
Scale, 1 : 100

B.M.D



2- Determination of (F_C):

$$F_C = t_1 + t_2 + W_C \quad \text{But} \quad T = (t_1 - t_2) \cdot r_C$$

$$\therefore 1791 = (200 - t_2) \times 15 \quad \therefore t_2 = 80.6 \text{ kg}_f$$

$$\therefore F_C = 200 + 80.6 + 20 \therefore F_C = 300.6 \approx 300 \text{ kg}_f$$

3- Determination of (F_D):

$$F_D = t_1 + t_2 + W_D \quad \text{But} \quad T = (t_1 - t_2) \cdot r_D$$

$$\therefore 1791 = (90 - t_2) \times 30 \quad \therefore t_2 = 30.3 \text{ kg}_f$$

$$\therefore F_D = 90 + 30.3 + 40 \therefore F_D = 160.3 \approx 160 \text{ kg}_f$$

◆ حساب ردود الأفعال عند الركيزتين (A) و (B)

مجموع العزوم حول نقطة (B) يساوي صفرأً

$$\therefore (R_A \times 80) + (160 \times 25) = (300 \times 95)$$

$$\therefore 80 R_A = 28500 - 4000$$

$$\therefore R_A = 306.25 \approx 306 \text{ kg}_f$$

$$\& \therefore \sum Y = 0 \therefore R_A + R_B = 300 + 160$$

$$\therefore 306 + R_B = 460 \quad \therefore R_B = 154 \text{ kg}_f$$

◆ حساب عزوم الانحناء عند جميع النقط:

$$M_C = 0.0 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

$$M_A = -(300 \times 15) = -4500 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

$$M_B = -(160 \times 25) = -4000 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

$$M_D = 0.0 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

So, the maximum bending moment is (4500 kg_f.cm)

Then the maximum shear theory is applied:

$$\tau_{\max} = \frac{16}{\pi d^3} \sqrt{K_m \cdot Mb^2 + K_t \cdot T^2}, \text{ kg/cm}^2$$

$$420 = \frac{16}{3.14 d^3} \sqrt{2 \times (4500)^2 + 2 \times (1791)^2}$$

$$420 = \frac{16}{3.14 d^3} \times 6849.5 \therefore d^3 = 83.1$$

$$\therefore d = 4.36 \text{ cm}$$

$$\therefore d = 43.6 \text{ mm} \therefore \text{Take } d = 45 \text{ mm}$$

مثال-2 Example:

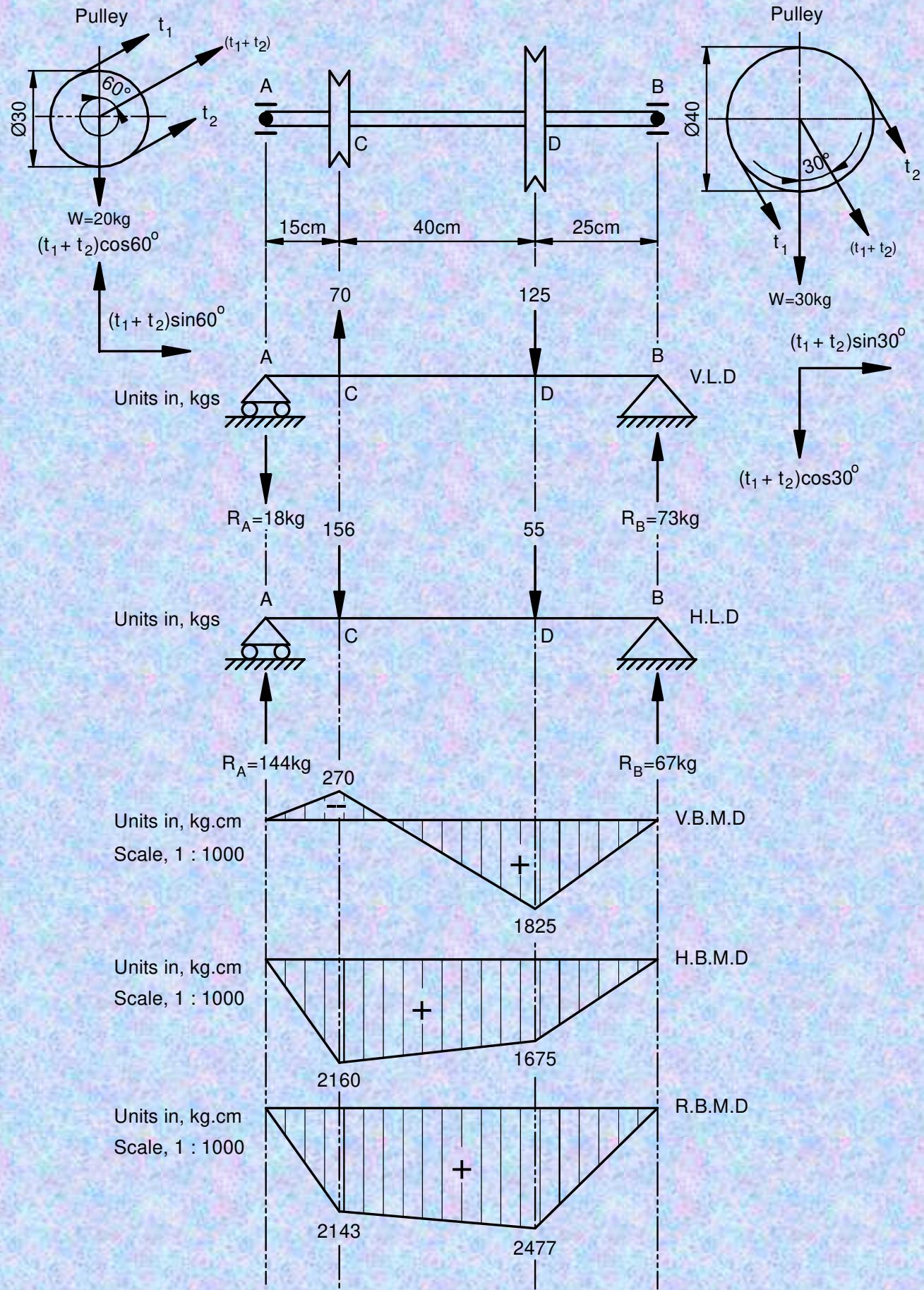
عمود صلب دائري يرتكز على كراسٍ محاور (A , B) ومحمل عليه طارتان مع سيور عند (C , D)، فإذا كان العمود يقوم بنقل قدرة مقدارها (10hp) عند سرعة (400rpm) وأن أقصى شد في السير (C) يساوي (150kgf) وفي السير (D) يساوي (100kgf) وأن وزن الطارة (C) يساوي (20kgf) والطارة (C) يساوي (30kgf) وأن الشد في الطارة (C) يميل على الرأسي بزاوية (60°) وأن الشد في الطارة (D) يميل على الأفقي بزاوية (300°) وأن قطر الطارة (C) هو (30cm) وقطر الطارة (D) هو (40cm). صمم العمود إذا علمت أن إجهاد القص الأعظم يساوي (420kgf/cm²)؟

الحل: Solution

◆ From HP and rpm:

$$\therefore T = \frac{71640 \text{ HP}}{N} , \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

$$\therefore T = \frac{71640 \times 10}{400} = 1791 \text{ kg.cm}$$



◆ Forces on shaft at (C):

$$F_{CV} = (t_1 + t_2) \cos 60^\circ - W_C$$

$$F_{CH} = (t_1 + t_2) \sin 60^\circ$$

$$\therefore T = (t_1 - t_2) \cdot r_C \therefore 1791 = (150 - t_2) \times 15$$

$$\therefore t_2 = 30 \text{ kg}_f$$

$$\therefore F_{CV} = (150 + 30) \cos 60^\circ - 20 = 70 \text{ kg}_f \quad \uparrow$$

$$F_{CH} = (150 + 30) \sin 60^\circ = 156 \text{ kg}_f \text{ (East)} \downarrow$$

◆ Forces on shaft at (D):

$$F_{DV} = (t_1 + t_2) \cos 30^\circ + W_D$$

$$F_{DH} = (t_1 + t_2) \sin 30^\circ$$

$$\therefore T = (t_1 - t_2) \cdot r_D \therefore 1791 = (100 - t_2) \times 20$$

$$\therefore t_2 = 10 \text{ kg}_f$$

$$\therefore F_{DV} = (100 + 10) \cos 30^\circ + 30 = 125 \text{ kg}_f \quad \downarrow$$

$$F_{DH} = (100 + 10) \sin 30^\circ = 55 \text{ kg}_f \text{ (East)} \quad \downarrow$$

◆ Reactions of vertical direction:

مجموع العزوم حول نقطة (B) يساوي صفرأً

$$\therefore (R_A \times 80) + (70 \times 65) = (125 \times 25)$$

$$\therefore 80R_A = 3125 - 4550 \quad \therefore 80R_A = -1425$$

$$\therefore R_A = -17.8 \approx -18 \text{ kg}_f \downarrow \text{(opposite direction)}$$

$$\& \therefore \sum Y = 0 \quad \therefore 70 + R_B = 125 + 18$$

$$\therefore R_B = 73 \text{ kg}_f \uparrow$$

$$\sum Y \text{ as check} \quad \uparrow 70 + 73 = 143$$

$$\downarrow 18 + 125 = 143 \quad (\text{OK})$$

◆ Reactions of horizontal direction:

مجموع العزوم حول نقطة (B) يساوي صفرأً

$$\therefore (R_A \times 80) = (156 \times 65) + (55 \times 25)$$

$$\therefore 80R_A = 10140 + 1375 \quad \therefore 80R_A = 11515$$

$$\therefore R_A = 143.9 \approx 144 \text{ kg}_f \uparrow$$

$$\& \therefore \sum Y = 0 \quad \therefore 144 + R_B = 211$$

$$\therefore R_B = 67 \text{ kg}_f \uparrow$$

$$\sum Y \text{ as check} \quad \uparrow 144 + 67 = 211$$

$$\downarrow 156 + 55 = 211 \quad (\text{OK})$$

◆ Moments at vertical direction:

$$M_A = 0.0 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

$$M_C = -(18 \times 15) = -270 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

$$M_D = (73 \times 25) = 1825 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

$$M_B = 0.0 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

◆ Moments at horizontal direction:

$$M_A = 0.0 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

$$M_C = (144 \times 15) = 2160 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

$$M_D = (67 \times 25) = 1675 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

$$M_B = 0.0 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

◆ Resultant bending moments:

$$M_A = 0.0 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

$$M_C = \sqrt{(2160)^2 - (270)^2} = 2143 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

$$M_D = \sqrt{(1825)^2 + (1675)^2} = 2477 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

$$M_B = 0.0 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

So, the maximum bending moment is (2477 kgf.cm)
Then the maximum shear theory is applied:

$$\tau_{\max} = \frac{16}{\pi d^3} \sqrt{K_m \cdot Mb^2 + K_t \cdot T^2}, \text{ kg/cm}^2$$

$$420 = \frac{16}{3.14 d^3} \sqrt{2 \times (2477)^2 + 2 \times (1791)^2}$$

$$420 = \frac{16}{3.14 d^3} \times 4322.8 \therefore d^3 = 40.05$$

$$\therefore d = 3.42 \text{ cm} \therefore d = 34.2 \text{ mm}$$

$$\therefore \text{Take } (d = 35 \text{ mm})$$

مثال-3 Example:

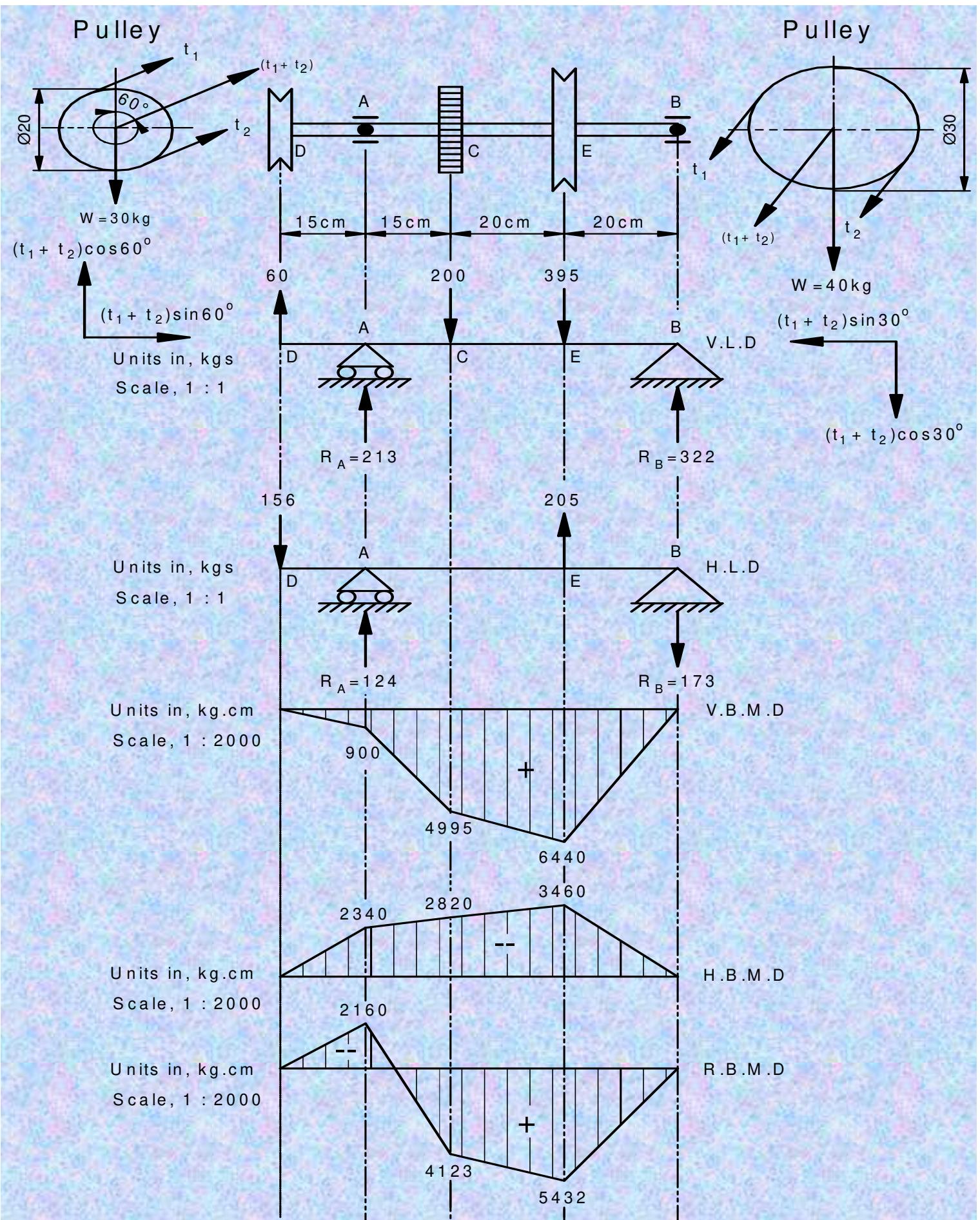
عمود صلب دائري يرتكز على كراسي محاور (A,B) ويقوم بنقل قدرة مقدارها (10hp) عند سرعة (400rpm). هذا العمود محمل عليه ترس عند (C) ويوزع حمل مقداره (2000N) لأسفل ومحمل عليه أيضاً طارتان مع سيور عند (D,E) بحيث يكون أقصى شد في السير (D) يساوي (1500N) وزن الطارة (300N) وقطرها (30cm) ويميل السير بزاوية (60°) مع المحور الرأسي، وأن أقصى شد في السير (E) يساوي (2500N) وزن الطارة والطارة (400N) وقطرها (40cm) ويميل السير بزاوية (210°) مع المحور الرأسي. صمم هذا العمود إذا علمت أن أقصى إجهاد قص يساوي (5500N/cm²)؟

الحل:

◆ From HP and rpm:

$$\therefore T = \frac{71640 \text{ HP}}{\text{N}} , \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

$$\therefore T = \frac{71640 \times 10}{400} = 1791 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$



◆ Forces on shaft at (D):

$$F_{DV} = (t_1 + t_2) \cos 60^\circ - W_D$$

$$F_{DH} = (t_1 + t_2) \sin 60^\circ$$

$$\therefore T = (t_1 - t_2) \cdot r_D \therefore 1791 = (150 - t_2) \times 15$$

$$\therefore t_2 = 30 \text{ kg}_f$$

$$\therefore F_{DV} = (150 + 30) \cos 60^\circ - 30 = 60 \text{ kg}_f \quad \uparrow$$

$$F_{DH} = (150 + 30) \sin 60^\circ = 156 \text{ kg}_f (\text{East}) \quad \downarrow$$

◆ Forces on shaft at (E):

$$F_{EV} = (t_1 + t_2) \cos 30^\circ + W_D$$

$$F_{EH} = (t_1 + t_2) \sin 30^\circ$$

$$\therefore T = (t_1 - t_2) \cdot r_E \therefore 1791 = (250 - t_2) \times 20$$

$$\therefore t_2 = 160 \text{ kg}_f$$

$$\therefore F_{EV} = (250 + 160) \cos 30^\circ + 40 = 395 \text{ kg}_f \quad \downarrow$$

$$F_{EH} = (250 + 160) \sin 30^\circ = 205 \text{ kg}_f (\text{West}) \quad \uparrow$$

◆ Reactions of vertical direction:

مجموع العزوم حول نقطة (B) يساوي صفرأً

$$\therefore (R_A \times 55) + (60 \times 70) = (200 \times 40) + (395 \times 20)$$

$$\therefore 55 R_A = 11700 \quad \therefore R_A = 212.7 \approx 213 \text{ kg}_f \uparrow$$

$$\& \therefore \sum Y = 0 \quad \therefore 213 + R_B + 60 = 200 + 395$$

$$\therefore R_B = 322 \text{ kg}_f \uparrow$$

$$\sum Y \text{ as check} \quad \uparrow 200 + 395 = 595$$

$$\downarrow 60 + 322 + 231 = 595 \quad (\text{OK})$$

◆ Reactions of horizontal direction:

مجموع العزوم حول نقطة (B) يساوي صفرأً

$$\therefore (R_A \times 55) + (205 \times 20) = (156 \times 70)$$

$$\therefore 55 R_A = 6820 \quad \therefore R_A = 124 \text{ kg}_f \uparrow$$

$$\& \therefore \sum Y = 0 \quad \therefore 124 + R_B + 205 = 156$$

$$\therefore R_B = -173 \text{ kg}_f \downarrow \quad (\text{opposite direction})$$

$$\sum Y \text{ as check} \quad \downarrow 173 + 156 = 329$$

$$\uparrow 124 + 205 = 329 \quad (\text{OK})$$

◆ Moments at vertical direction:

$$M_D = 0.0 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

$$M_A = (60 \times 15) = 900 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

$$M_C = (60 \times 30) + (213 \times 15) = 4995 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

$$M_E = (322 \times 20) = 6440 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

$$M_B = 0.0 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

◆ Moments at horizontal direction:

$$M_D = 0.0 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

$$M_A = -(156 \times 15) = -2340 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

$$M_C = -(156 \times 30) + (124 \times 15) = -2820 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

$$M_E = -(173 \times 20) = -3460 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

$$M_B = 0.0 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

◆ Resultant bending moments:

$$M_D = 0.0 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

$$M_A = \sqrt{(900)^2 - (2340)^2} = -2160 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

$$M_C = \sqrt{(4995)^2 - (2820)^2} = 4123 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

$$M_E = \sqrt{(6440)^2 - (3460)^2} = 5432 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

$$M_B = 0.0 \text{ kg}_f \cdot \text{cm}$$

So, the maximum bending moment is (5432 kgf.cm)
Then the maximum shear theory is applied:

$$\tau_{\max} = \frac{16}{\pi d^3} \sqrt{K_m \cdot Mb^2 + K_t \cdot T^2}, \text{ kg/cm}^2$$

$$550 = \frac{16}{3.14 d^3} \sqrt{2 \times (5432)^2 + 2 \times (1791)^2}$$

$$550 = \frac{16}{3.14 d^3} \times 8088.8 \therefore d^3 = 74.94$$

$$\therefore d = 4.22 \text{ cm} \therefore d = 42.2 \text{ mm}$$

\therefore Take (d=45 mm)