بسم الله الرحمن الرحيم

الفصل الرابع

الكمرات البسيطة (1)

SIMPLE BEAMS

إعداد

أ.د. مُحب محمد أنيس الشرباصي

أستاذ الهندسة الزراعية

ووكيل الكلية لشئون التعليم والطلاب

الكمرات البسيطة - Simple beams

يمكن تعريف الكمرات البسيطة بأنها الإنشاء ذو المحور المستقيم الذي يرتكز عند طرفيه على ركيزتين مفصليتين أحداهما من النوع الثابت والثانية من النوع المتحرك الذي يسمح بحركة انتقالية في اتجاه ما. وهذا النوع من الارتكاز يسمى ارتكازاً بسيطاً (Simple support).

وخلافاً للكابولي، فإنه يلزم إيجاد مركبات رد الفعل عند كل من الركيزتين في طرفي الكمرة عند حساب مؤثرات الإجهاد الداخلي في الكمرة وذلك لأن هذه المركبات تدخل في حساب قيم هذه المؤثرات.

ويكون رد الفعل عند الركيزة المتحركة مكوناً من مركبة واحدة عمودية على اتجاه الحركة الممكنة، ويكون عند الركيزة الثابتة مكوناً من مركبتين متعامدتين أحداهما أفقية والأخرى رأسية.

ويمكن إيجاد مركبات رد الفعل كما يلي:

١- بأخذ العزوم حول الركيزة الثابتة لإيجاد مركبة رد الفعل عند الركيزة المتحركة.

٢- من شرطي الاتزان $(\Sigma x = 0.0 \ , \ \Sigma y = 0.0)$ نوجد مركبتي رد الفعل عند الركيزة الثابتة.

ومن الضروري أن نتحقق من هذه النتيجة وذلك بإعادة أخذ العزوم عند الركيزة المتحركة للتأكد من أن مجموع العزوم الإستاتيكية لجميع الأحمال ومركبات رد الفعل تساوي صفر.

أولاً : حالة حمل مركز واحد: Single concentrated load

يكون رد الفعل الرأسي عند الطرفين كما يلي:

$$V_a = p\left(\frac{b}{L}\right) \quad , \quad V_b = p\left(\frac{a}{L}\right)$$

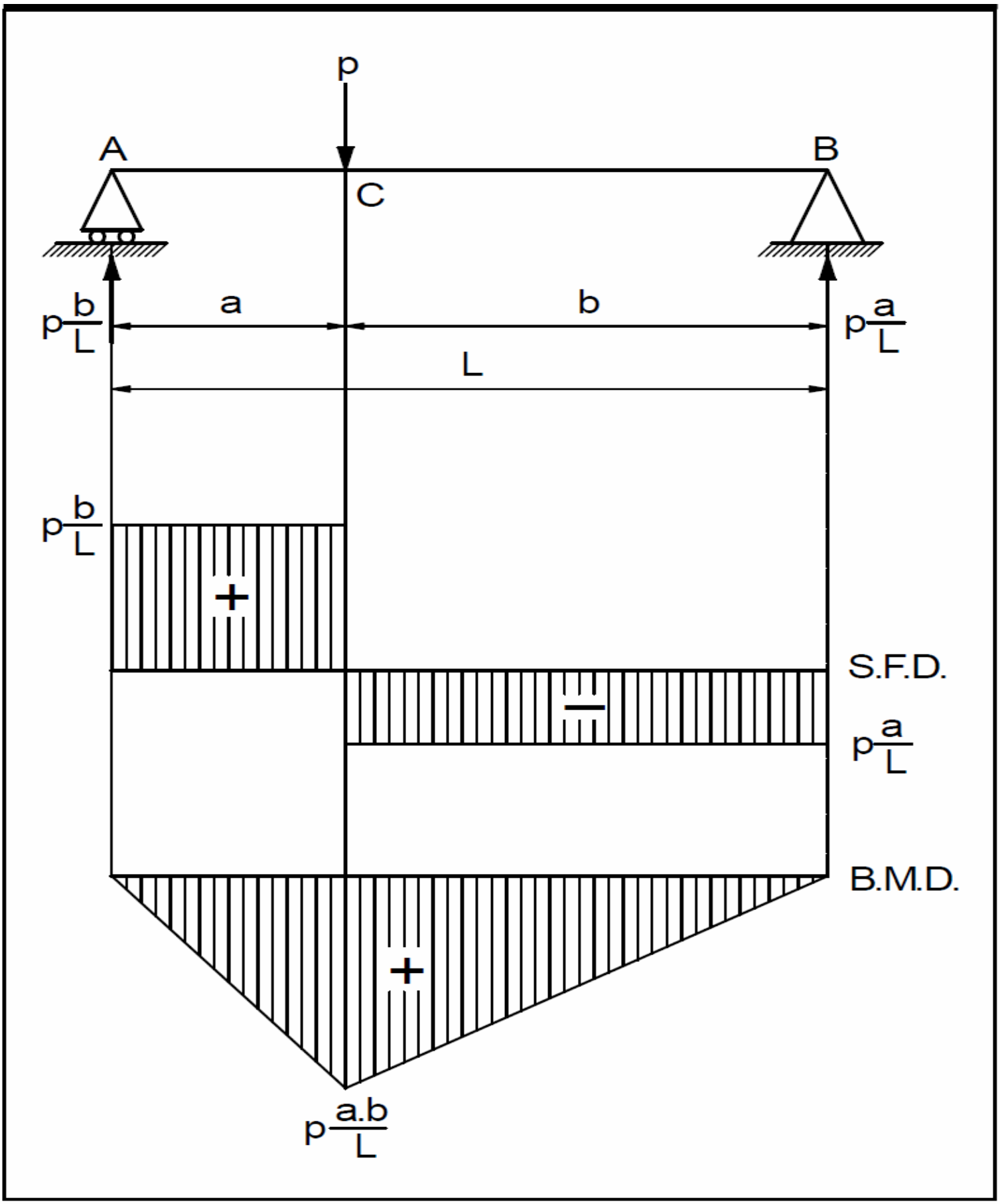
ويكون القص بين (A , C) مساوياً لرد الفعل عند (A)، أما القص بين (B , C) فيكون مساوياً لرد الفعل عند (B) وبإشارة سالبة.

ويكون شكل عزوم الانحناء مثلث الشكل المثلث رأسه عند (C) حيث تكون القيمة العظمى لعزم الانحناء تساوي القيمة الآتية:

$$M_{Max.} = p\left(\frac{ab}{L}\right)$$

وفي الحالة الخاصة التي يكون فيها الحمل مؤثراً في منتصف الكمرة تكون قيمة العزم القصوى هي:

$$M_{Max.} = \frac{pL}{4}$$



(شكل–٢٦): حالة حمل مركز واحد

ثانياً : حالة حمل موزع بانتظام : Uniformly distributed load

يكون رد الفعل عند الطرفين متساويين ويساوي القيمة الآتية:

$$V_a = V_b = p\left(\frac{b}{4}\right)$$

ويكون شكل القص من الدرجة الأولى ومعادلته:

$$Q = p\left(\frac{L}{2} - x\right)$$

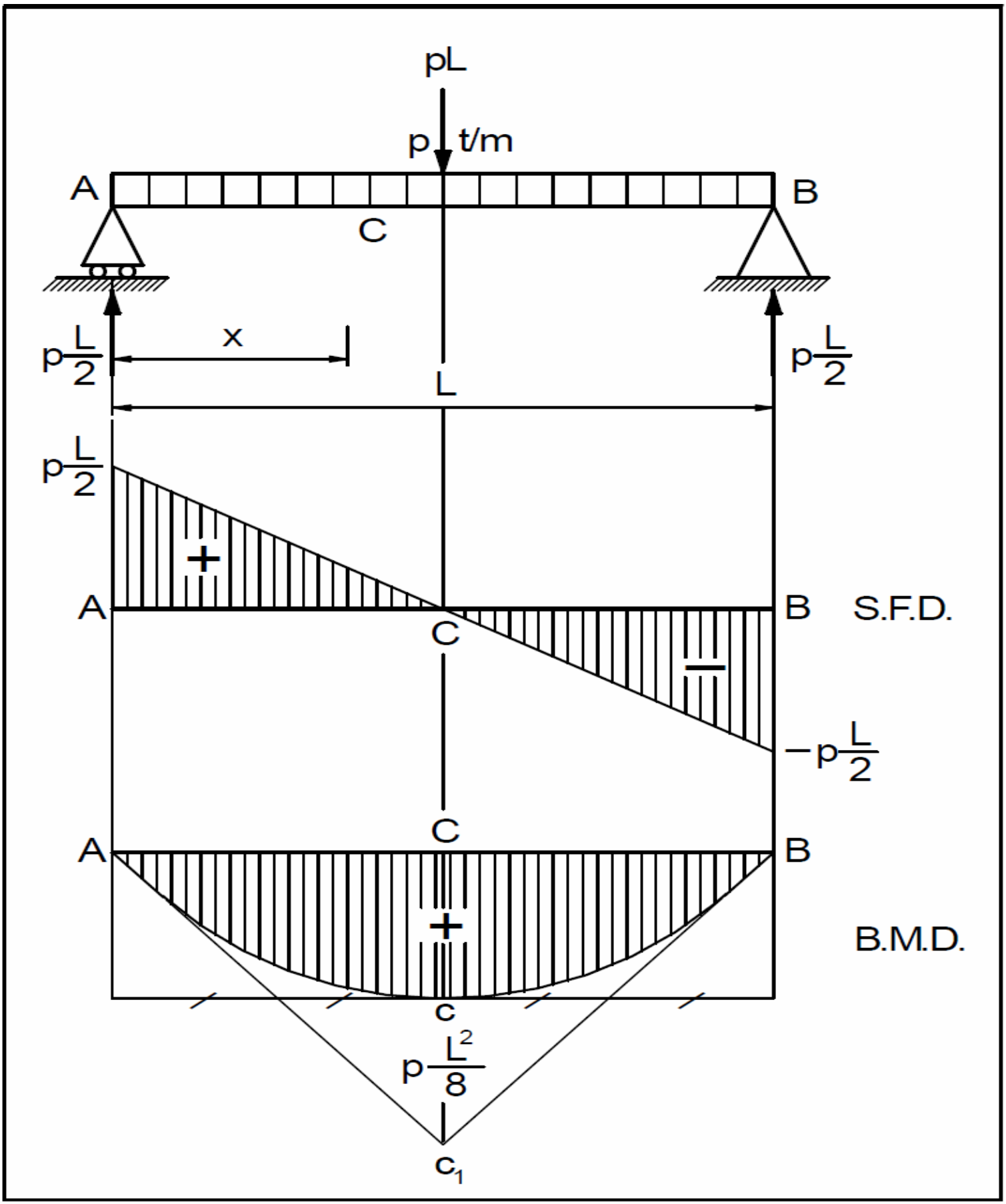
ويكون منحنى عزوم الانحناء قطعاً مكافئاً من الدرجة الثانية معادلته:

$$M_{Max.} = p\left(\frac{L^2}{8}\right)$$

ويتميز منحنى الدرجة الثانية كما سبق بأن المماسين عند طرفي الكمرة (A,B) يمران بمنتصف القاعدة التي يمثلها المماس عند (C) في نقطتي (d , c) على التوالي أو أن تقاطع المماسين عند (A,B) في (c_1) يكون بحيث يصبح $(Cc) = (cc_1)$.

كما نلاحظ أن الشكل (Ac_1B) يمثل عزوم الانحناء بالنسبة لحمل مركز عند (C) يناظر الحمل الموزع على (AB) لأن القيمة (Cc) تساوي:

$$p\frac{L^2}{8}$$



(شكل–٢٧): حالة حمل موزع بانتظام

ثالثاً : حالة حمل مثلث متماثل : Symmetrical triangular load

الحمل في هذه الحالة يكون متماثل حول منتصف الكمرة في (C) حيث تبلغ الكثافة حدها الأقصى وهو (p ton/m) ويكون الحمل الكلي على الكمرة مساوياً (0.5 p.L) ورد الفعل عند كل ركيزة يساوي (0.25 p.L).

وتكون كثافة الحمل عند أي قطاع بين (A,C) وعلى بعد (x) متراً من (A) هي:

$$P_x = \left(\frac{2x}{L}\right)p$$

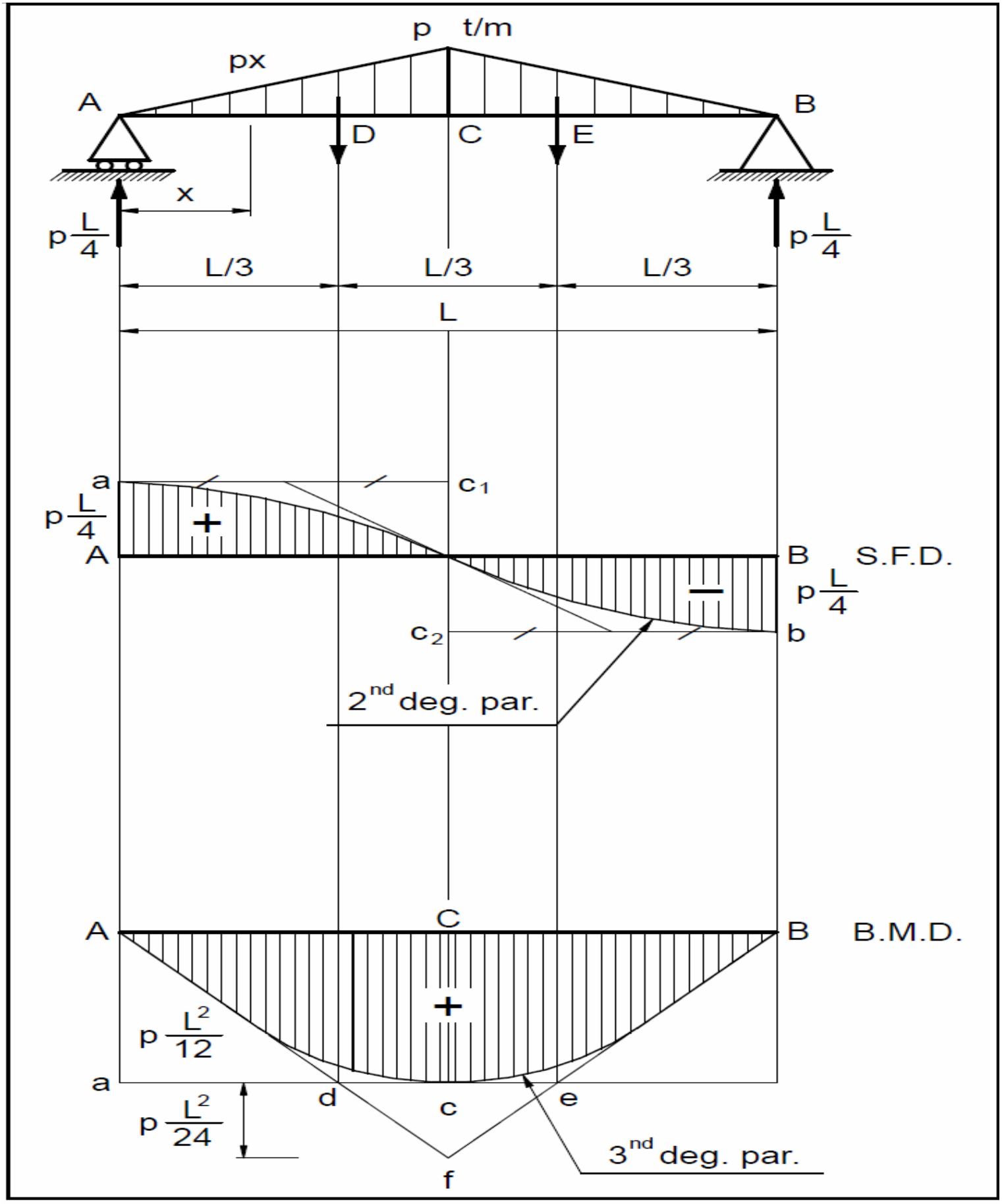
ويكون شكل القص منحنى من الدرجة الثانية، ويكون المماس له عند نقطة (a) موازياً لخط القاعدة (أفقي) أما عند نقطة (c) فيمر بمنتصف القاعدة (ac_1) والإحداثي (Aa) يساوي رد الفعل عند (A) أي (0.25 p.L).

أما منحنى عزوم الانحناء فتكون معادلته بين (A,C) هي:

وهذه معادلة قطع مكافئ من الدرجة الثانية. ويبلغ عزم الانحناء نهايته العظمى عند (c) حيث (x = 0.5 L) وتكون:

$$M_{Max.} = \frac{1}{12}pL^2$$

ويتضح من الشكل (25) أن المماس للمنحنى عند (c) يوازي القاعدة. كما أن المماس عند (A) يمر بنقطة (d) وهي ثلث القاعدة (ac) من الداخل، كما أن (cf) يساوي نصف (Cc).



(شكل–٢٨): حالة حمل مثلث متماثل

$$M = p\left(\frac{Lx}{4}\right) - p\left(\frac{x^2}{8L}\right)$$

ومن الواضح أن أشكال قوى القص وعزوم الانحناء ستكون متماثلة حول نقطة (C) كما أن معادلة القص يمكن إيجادها بعمل تكامل لكثافة الحمل في معادلة الحمل علماً بأن القص سيكون صفراً عند نقطة (C) حيث أن $(x = 0.5\ L)$ وأن معادلة عزوم الانحناء تنتج من تكامل معادلة القص ومعرفة أن العزم يساوي صفراً عند (A) حيث أن $(x = 0.0)$.