الحاجة الى القياس

يقول لورد كلفن" عندما تكون قادراً على القياس والتعبير بالأرقام عن الشيء الذي تتحدث عنه تكون عندئذ ملماً بعض الشيء بالموضوع."

المعروف أن قدرات الإنسان الذاتية محدودة ولكن يزيد الإنسان من قدراته ويوسع إمكانياته كان لابد له من أن يخترع كثيراً من الأجهزة العلمية التي تساعد على فهم ودراسة الأشياء والظواهر المحيطة به ومن أهم الأجهزة التي ساعدت الإنسان على التوصل إلى حقائق الأشياء هي أجهزة القياس التي تطورت تطوراً هائلاً في إطار التطور الصناعي الضخم الذي أعقب الحرب العالمية الثانية .وكما أننا لا نستطيع أن نفصل بين التقدم العلمي والتقدم الصناعي كذلك لا نستطيع الفصل بين التقدم الصناعي وتقدم أجهزة القياس لأن أي اكتشاف علمي يتبعه اكتشافات في مجال الصناعة والتكنولوجيا كما يتبعه ويلازمه استحداث طرق ووسائل جديدة للقيام بعمليات القياس أو المراقبة أو التسجيل.

وهكذا ازدادت المتغيرات التي تحتاج إلى القياس الدقيقة، وزاد الاهتمام بتحسين طرق القياس وتطوير أجهزة القياس وحتى في حياة الإنسان الخاصة انتقل الاهتمام من النوع إلى اهتمام بالنوع والكم معاً والكم معناه القياس والقياس يتطلب استخدام الجهاز ومعرفة استخدامه استخداماً صحيحاً.

ما هو القياس

القياس هو إيجاد مقدار كمية فيزيائية أو متغير فيزيائي أو تقدير حالة ما باستخدام جهاز مناسب أو أداة مناسبة وإذا كان الجهاز المستخدم جهازاً عيارياً متفق عليه عالمياً اعتبرت عملية القياس عملية معايرة، وتكون عندئذ الكمية المقاسة كمية عيارية أما إذا لم يكن الجهاز عيارياً فتكون عملية القياس عبارة عن مقارنة بالكمية القياسية وقد يستخدم في ذلك جهاز تمت معايرته من قبل .والمعايرة هي مقارنة الأجهزة المستخدمة بأجهزة عيارية متفق عليها عالمياً من حيث الدقة ومحفوظة تحت ظروف بيئية محددة. هناك اتفاق عالمي على القياس العيارية وعلى وحدات القياس مثل المتر والكيلو جرام والثانية والأمبير والكاندلا .إن الأجهزة المعايرة العالمية تعرف بأجهزة المعايرة المطلقة وهذه محفوظة في أماكن خاصة ولا يرجع إليها إلا عند الضرورة لكن هنالك أجهزة ثانوية المعايرة" شبه مرجعية "هي

التي تستخدم للمعايرة كما أن هنالك أجهزة مقارنة مثل القطرات الكهربية والبوتنشيو مترات تعرف بأجهزة المقارنة القياسية. ومعظم عمليات المعايرة التي تتم في المختبرات الطلابية هي عمليات مقارنة بأجهزة معلومة الدقة الهدف منها معرفة الدقة في القياس.

<u>والخلاصة</u> أن القياس عملية مقارنة يستخدم فيها جهاز دقته معلومة للتوصل إلى معرفة مقدار كمية أو مقدار متغير أو تحديد حالة ما وفي أي عملية قياسية لابد من تحويل طاقة لتشغيل الجهاز ولا يتم ذلك عادة دون التأثير على حالة الشيء الذي يراد استنباط المعلومات عنه فأنت لا تستطيع قياس درجة كمية من الماء دون إدخال الترمومتر في الماء ولكن يتأثر الترمومتر بحرارة كمية من الماء دون إدخال الترمومتر في الماء ولكن يتأثر الترمومتر

بحرارة الماء فهو يمتص جزء من الحرارة فيتمدد الزئبق ويظهر درجة حرارة الماء على الأنبوبة الشعرية المعايرة، وإذا كانت كمية الماء قليلة فإن تأثير الترمومتر على درجة الحرارة يكون كبيراً .وهكذا فإن في أي عملية قياس يتم تحويل الطاقة من شكل إلى آخر وقد يؤثر الجهاز على الكمية المقاسة لهذا فإن القياس يجب أن يكون عملاً حريصاً دقيقاً يهدف إلى الحصول على المعلومات عن الشيء دون التأثير عليه .وإذا أراد الطبيب أن يقيس ضغط دم أحد المرضى فلا يجب أن يستخدم جهاز بطريقة تساعد على زيادة الضغط. في أي عملية قياس نتوصل عادة إلى مقدار نعبر عنده بالأرقام لكن الأرقام وحدها لا تكون لها معنى إلا إذا حددنا الوحدات التي تعبر عنها فلا يكفي أن نقول أن عرض الغرفة خمسة بل يجب أن نقول خمسة أمتار ولا أن نقول أن كتلة الماء ثلاثة بل يجب أن نقول أن كتلته ثلاثة كيلو جرام مثلاً .وهكذا

يجب أن نذكر الأرقام والوحدات العالمية أو مشتقات الوحدات العالمية.

الأجهزة الكهربية أو الإلكترونية:

أن أي عملية قياس تتطلب استخدام جهاز قياس وبالرغم من أن هنالك عدداً كبيراً من الأجهزة غير كهربية إلا أن الاتجاه العام في الصناعة ومختبرات الأبحاث أصبح محاولة استخدام الأجهزة الكهربية وتسمى أيضاً بالأجهزة الإلكترونية وسبب هذا الاتجاه هو سهولة استخدام الأجهزة الكهربية وتحويلها إلى أجهزة رقمية وسهولة توصيلها بأجهزة أخرى مساعدة لتسجيل القراءات أو حفظها في ملحقات الكمبيوتر مما يسهل العمليات الحسابية والإحصائية.

وأهمية الأجهزة الإلكترونية تزداد مع ازدياد الحاجة إلى أجهزة دقيقة يمكن استغلالها في الصناعة في عمليات القياس وعمليات المراقبة والتحكم وفي أجهزة التسجيل والكمبيوتر . وللتمكن من استخدام الأجهزة بذكاء يحتاج الدارس إلى فهم الأسس النظرية لعمل الأجهزة وفهم صلاحية الأجهزة للأغراض التي يراد تحقيقها وستبدأ الدراسة بتعريف بعض المفاهيم التي تستخدم في عملية القياس في أجهزة القياس.

الخواص الساكنة لآجهزة القياس

Instructional Objectives

- At the end of the lesson the viewer will know the static characteristics of the industrial instrumentation
- Importance of instrumentation in process industry

Instrumentation study importance أهمية دراسة أجهزة القايس

لاختيار جهاز قياس ما أكثر ملائمة لقياس شئ ما علينا أن نعرف خصائص أداء النظام يمكن تقسيم خصائص الآداء بشكل عام الى مجموعتين هما "الخصائص الساكنة" و "الخصائص الديناميكية"

Static Characteristics

The instrument static characteristics are the parameters of any instrument of sensor at steady state conditions and are given of instrument data sheet.

إن الخصائص الساكنة لجهاز القياس هي عوامل أو معلمات أي جهاز مستشعر في ظروف الحالة المستقرة ويتم إعطاؤها من ورقة بيانات الجهاز Instrumental data sheet. أى أن خواص أجهزة القياس الساكنة تعني العوامل الخاصة بقراءات الجهاز عند ظروف الحالة المستقرة مثل الدقة Accuracy والخطية Linearity

معايير الأداء لقياس الكميات تبقى ثابتة أو تتباين ببطء شديد.

Dynamic characteristics

The relationship between the system input and output is varying rapidly.

خواص أجهزة القياس المتحركة تعني العوامل الخاصة بقراءات الجهاز عند ظروف الحالة الغير المستقرة والتي عندها تكون مدخلات منظومة القياس ومخرجاتها متغيرة بسرعة

Instrument static characteristics

The static characteristics of an instrument are concerned only with the steady state reading.

- **Span and range**

  If an a measuring instrument the highest point of calibration is **X2** units and the lowest point is **X1** units

  Then the instrument range is **X2** units and the instrument span is given by

  Span = (X2-X1) units

- **Mean and standard deviation of measurement**

  For a set of n measurement x1, x2, …… xn the mean value will be given by

$$X_{mean} = \frac{x1 + x2 + \cdots + xn}{n}$$

  The spread of any measured value (xi) can be expressed as deviation (di) as

$$di = xi - X_{mean}$$

  The extent to which **n** measured values are spread about the mean value can now be expressed by the standard deviation σ, when

$$\sigma = \left(\frac{d1^2 + d2^2 + \cdots + dn^2}{n-1}\right)^{\frac{1}{2}}$$

1. **Accuracy الدقة**

- هو الذي من خلاله يمكن لأداة القياس الاقتراب من قياس "القيمة الحقيقية" في ظل شروط استخدام الجهاز المذكور ، أي قدرتها على "قول الحقيقة".
- يتم تحديد دقة الجهاز من خلال الاختلاف في قراءاته عن المعيار المعطى النهائي أو الأساسي.
- تعتمد الدقة على القيود الملازمة للأجهزة وأوجه القصور في عملية القياس

Units of accuracy وحدات الدقة

1. **Percentage of true value (% of T.V.) كنسبة مئوية من القيمة الحقيقة**

$$= \frac{\text{Measured value} - \text{True value}}{\text{True value}} \times 100$$

2. **Percentage of Full Scale Deflection (% of FSD)**

كنسبة مئوية من انحراف المقياس الكلي

$$= \frac{\text{Measured value} - \text{True value}}{\text{Maximum Scale Vlaue}} \times 100$$

2. Precision الضبط/الاحكام

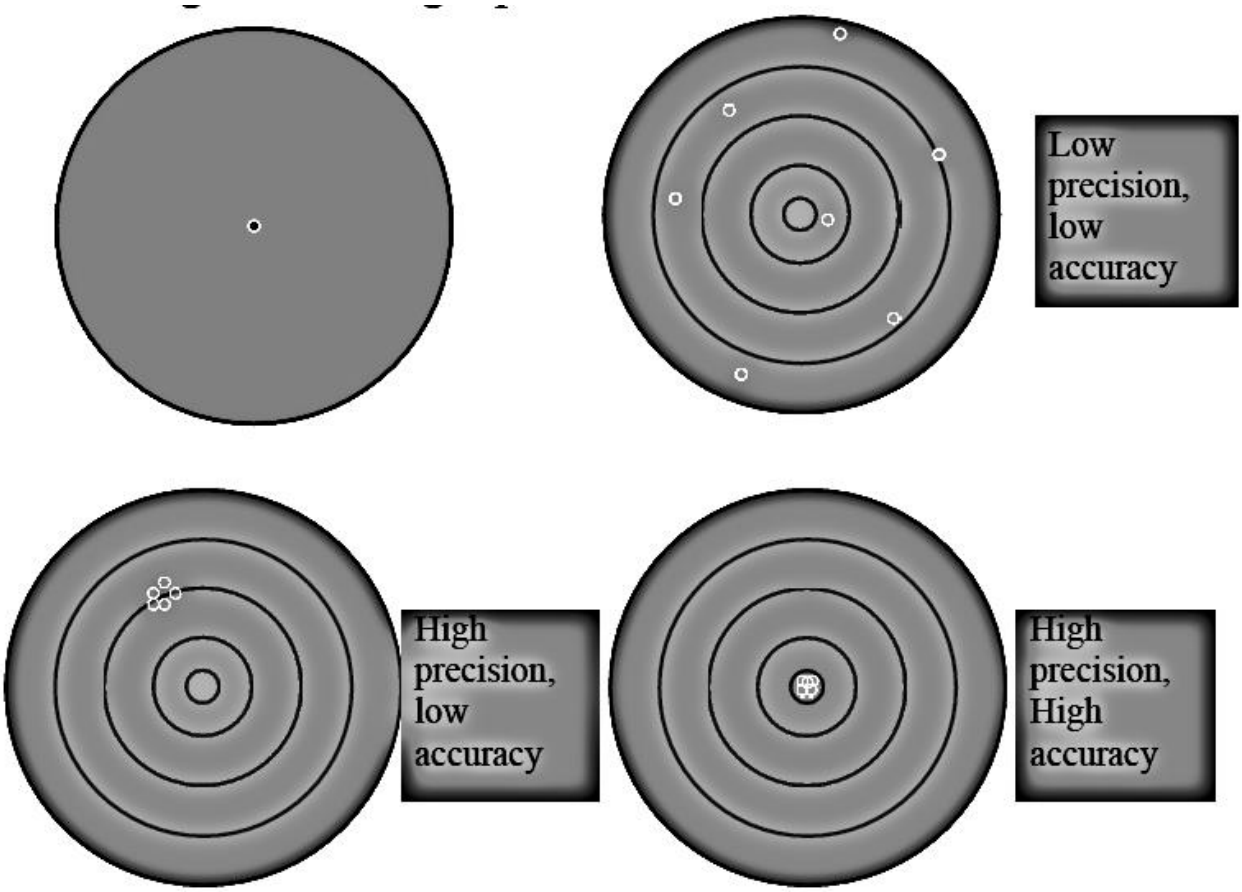
- يعرَّف الضبط/الاحكام بأنه قدرة جهاز القياس على إعادة إنتاج مجموعة معينة من القراءات في حدود الدقة المحددة.
- يصف الضبط/الاحكام مدى درجة العشوائية في ناتج جهاز القياس عند قياس كمية ثابتة.
- الضبط/الاحكام تعتمد على التكرار.

غالباً ما يتم الخلط بين الضبط/الاحكام والدقة. الضبط العالي لا يعني أي شيء عن دقة القياس.

Accuracy الدقة	**Precision** الضبط/الاحكام
Accuracy represents degree of correctness of the measured value w.r.t. true value.	Precision represents degree of repeatability of several independent measurements of desired input at the same reference conditions
Accuracy of instrument depends on systematic errors.	Precision of instruments depends on factors that cause random or accidental errors.

3. Repeatability التكرار

- يعرف التكرار على أنه قدرة جهاز القياس على إعادة إنتاج مجموعة من القياسات لنفس الكمية المقاسة ، يتم إجراؤها بواسطة نفس المراقب ، باستخدام نفس الجهاز ، تحت نفس الظروف.



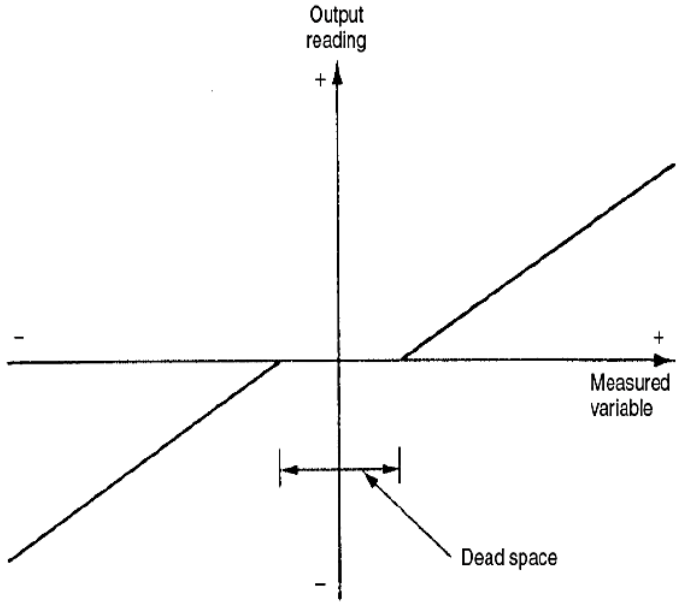
تعريف مواضع قياس نقطة معلومة

4. **Resolution حدة التمييز**

- هو الحد الأدنى للتغير أو الزيادة الصغرى في القيمة المقاسة التي يمكن اكتشافها من خلال جهاز القياس.
- يمكن أن يكون أقل عدد يمكن قراءته بواسطة الجهاز.

5. **Dead Space : المساحة الخاوية**

يتم تعريف حدود المساحة الخاوية أو الحد الفاصل على أنها نطاق قيم الإدخال المختلفة التي لا يوجد بها أي تغيير في قيمة المخرجات.



شكل 6 يوضح المساحة الخاوية لجهاز القياس أو حد البداية

6. **Tolerance** الاحتمال

- الاحتمال هو مصطلح يرتبط ارتباطًا وثيقًا بالدقة ويحدد الحد الأقصى للخطأ المتوقع حدوثه في قيمة ما.
- يصف الاحتمال الحد الأقصى لانحراف المكون المصنّع من قيمة محددة ما

7. **Range or span المدى أو النطاق**

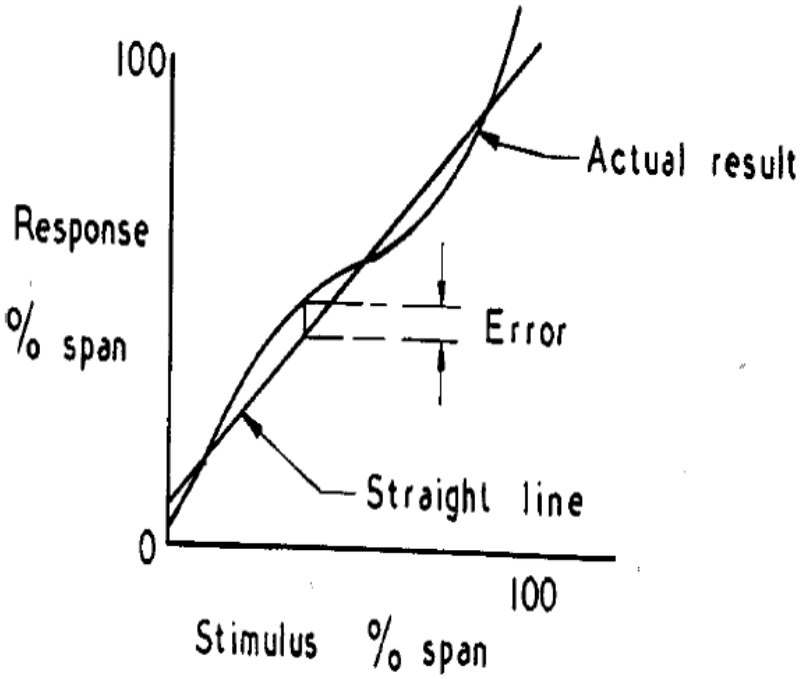
- يحدد المدى أو النطاق لجهاز قياس ما الحد الأدنى والحد الأقصى لقيم الكمية التي تم تصميم جهاز القياس لقياسها.

8. **Linearity الخطية**

يعبر عن القرب من الخط المستقيم للعلاقة بين متغير العملية الحقيقي والمقاسه. أي انحراف منحنى خرج المحول أو الحساس عن خط مستقيم محدد.

- مستقلة عن الإدخال
- متناسبة مع المدخلات
- الجمع بين المستقلة والمتناسبه مع المدخلات.

عادة ما يتم الاقرار عن الخطية على أنها غير خطية ، وهو الحد الأقصى للانحراف بين منحنى المعايرة والخط المستقيم بحيث يتم تقليل الحد الأقصى للانحراف.



9. Sensitivity of measurement حساسية جهاز القياس

- حساسية القياس هي قياس التغير في القراءات (مخرجات جهاز القياس) الذي يحدث عندما تتغير الكمية المقاسة (مدخلات جهاز القياس) بمقدار معين. وبالتالي، فإن الحساسية هي النسبة:

$$\text{Static sensitivity K} = \frac{\text{Change of output signal}}{\text{Change in input signal}} = \frac{\Delta q_o}{\Delta q_i}$$

10. Reliability الموثوقية

الموثوقية هي احتمال أن يقوم الجهاز بالقياس بشكل ملائم (كما هو محدد) لفترة من الزمن في ظل ظروف تشغيل محددة. في بعض الأحيان يتطلب أجهزة للاستشعار بسلامة و جودة المنتج ، وبالتالي ، ينبغي أن تكون موثوقة للغاية.

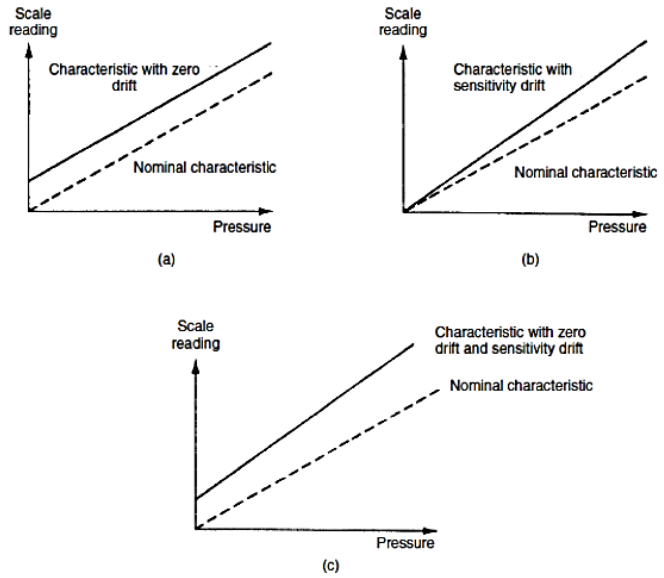
11. Instrument Drift انجراف جهاز القياس

• يتم تعريفه على أنه اختلاف قراءات قياسات معينة (ناتج مدخلات معينة) ناجم عن تغير في حساسية جهاز القياس بسبب بعض المدخلات المسببة للتداخل interfering مثل تغيرات درجة الحرارة وعدم ثبات المكونات والمركبات وما إلى ذلك.

• المصادر الأولية كتغيرات هيكلية كيميائية والضغوط الميكانيكية يمكن لها بأن تتغير فتحدث هذا الانجراف.

• الانجراف هو ظاهرة معقدة والتي يمكن ملاحظة تأثيراتها في اختلاف قيم الحساسية والتعويض.

• كما يمكن أن يغير دقة الجهاز بشكل مختلف في السعات المختلفة للإشارة الموجودة.

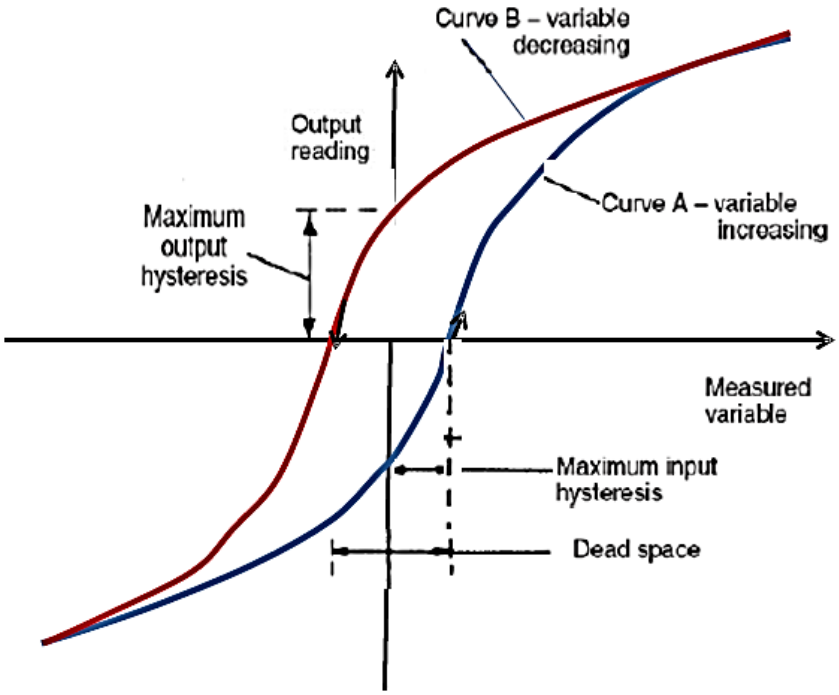


Effects of disturbance: (a) zero drift; (b) sensitivity drift; (c) zero drift plus sensitivity drift.

12. Hysteresis التباطؤ

- إن الملاحظة الدقيقة لعلاقة الخرج / المدخل في منظومة القياس ستكشف في بعض الأحيان عن نتائج مختلفة حيث تتباين الإشارات في اتجاه الحركة.
- غالباً ما تظهر الأنظمة الميكانيكية اختلافاً طفيفاً في الطول حين يتم عكس اتجاه القوة
- يحدث نفس التأثير حين يتم عكس المجال المغناطيسي في مادة مغناطيسية. تسمى هذه الخاصية التباطؤ.

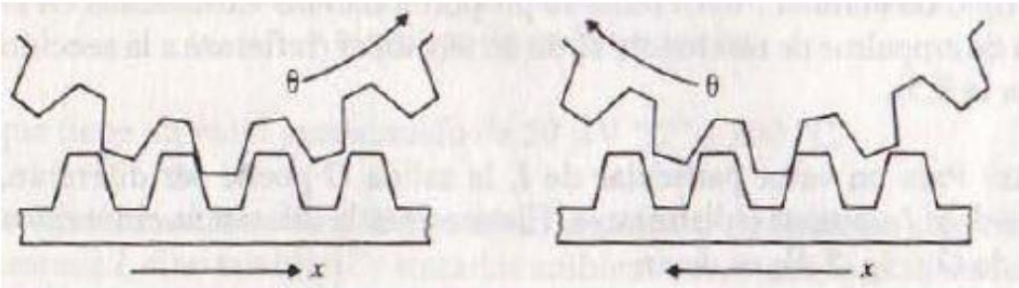
- يتم تعريف التباطؤ على أنها مقدار الخطأ الذي يحدث في الناتج لقيمة مدخلات معينة ، عند اقتراب هذه القيمة من اتجاهات معاكسة ؛ بمعنى من ترتيب تصاعدي ومن ثم ترتيب تنازلي.
- يمكن أن ترجع الأسباب التراجع backlash، التشوهات المرنة elastic deformation في المكونات الداخلية، الخصائص المغناطيسية ، التأثيرات الاحتكاكية (بشكل رئيسي).
- يمكن القضاء على التباطؤ عن طريق أخذ القراءات في كلا الاتجاهين ثم أخذ متوسط الحساب.



13. Backlash التراجع

يعرف التراجع على أنه أقصى مسافة أو زاوية يمكن من خلالها نقل أي جزء من النظام الميكانيكي في اتجاه واحد دون التسبب في حركة الجزء التالي.

·يمكن التقليل إلى أدنى حد إذا تم تصنيع المكونات لتفاوتات شديدة.



الخواص الديناميكية لآجهزة القياس

Dynamic Characteristics

Lecture # 2 Contents

- Dynamic characteristics
- Zero order instrument
- First order instrument
    - Step input
    - Ramp input
    - Sinusoidal input

At the end of this lecture we will able to know

- Characteristic equation of an instrument
- Zero order instrument and its example
- First order instrument and its responses to step, ramp and sinusoidal input
- Error in measurement
- Physical parameters that influence the error

Dynamic characteristics

- The dynamic response of an instrument to a signal input may be described by the n-th order differential equation such as following

يمكن وصف الاستجابة الديناميكية لجهاز قياس ما بإدخال إشارة ما بواسطة المعادلة التفاضلية ذات الرتبة n كالتالي:

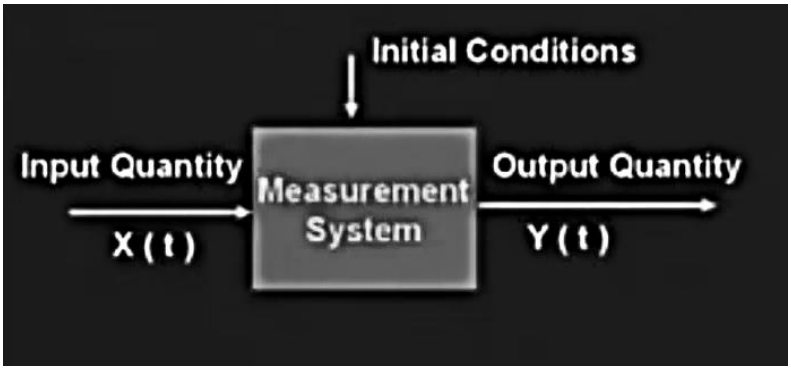
$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_0 x$$

y = الكمية أو القيمة المقاسة المشار اليها بواسطة الجهاز (القراءة)

x = الكمية المدخلة للجهاز (كمية معلومة يراد قياسها بواسطة الجهاز)

t= Time

Where a_0, a_1, a_2 …… etc and b_0 are constants which are the combination of system physical parameters



Zero Order Instrument أجهزة قياس الرتبة الصفرية

- The simplest model for a measurement system is a zero order differential equation

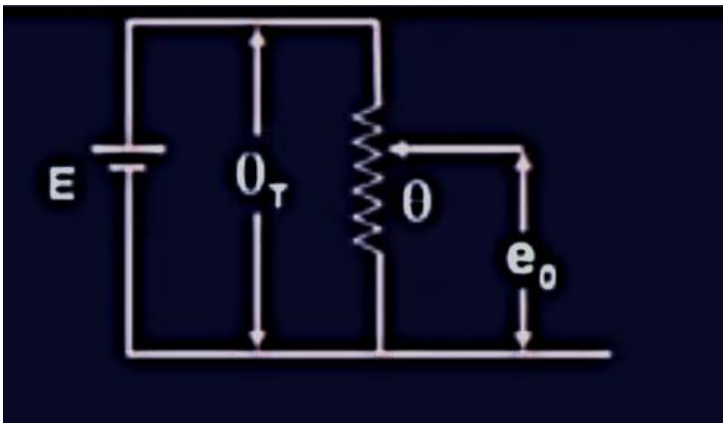
$$a_0 y = b_0 x$$

$$\text{or}, y = \frac{b_0}{a_0} x = Kx$$

Where $K = \frac{b_0}{a_0}$; K is called the static sensitivity and is depending on the calibration

ملاحظات

- من الواضح أن قيمة x قد تتفاوت أو تتغير مع الوقت ، إلا أن مخرج الجهاز يتتبع ذلك بصورة مثالية دون أي تشويه أو تأخير زمني
- في سلوك منظومة القياس الصفرية ، تعتبر مخرجات النظام مستجيبة للمدخلات على الفور
- يمكن تحديد ثابت الحساسية من منحنى المعايرة الثابت لمنظومة القياس الصفرية والذي هو ميل هذا المنحنى



Potentiometer circuit

- A potentiometer is the example of a zero order instrument.

$$e_0 = \frac{\theta}{\theta_T} E = K\theta$$

$$e_0 = f(\theta)$$

Where, $K = \frac{E}{\theta_T}$ = volts/radian (static sensitivity of potentiometer)

Without any time lag or phase change

أجهزة قياس الرتبة الأولى First Order Instrument

- لا يمكن لمحول الاشارة transducer الذي يحتوي على عنصر التخزين الاستجابة على الفور لتغيير المدخلات.
- الزئبق الموجود في الزجاج هو مثال لجهاز قياس من الرتبة الأولى.
- تأخذ بصيلة الترمومتر الزئبقي الطاقة من البيئة حتى يصبح الاثنان في درجة الحرارة نفسها أو تم الوصول إلى ظروف مستقرة.
- سوف تتغير درجة حرارة البصيلة bulb حتى يتم الوصول إلى التوازن.
- يمكن نمذجة معدل تغير درجة الحرارة مع الوقت باستخدام المشتقة الأولى، وتصنيف سلوك الترمومتر بالمعادلة التفاضلية من الرتبة الأولى.
- لذلك يتم إعطاء الخصائص الديناميكية لجهاز قياس من الرتبة الأولى بواسطة المعادلة التالية

$$a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_0 x$$

$$\frac{a_1}{a_0}\dot{y} + y = \frac{b_0}{a_0} x$$

$$\tau\dot{y} + y = Kx \ldots\ldots\ldots (1)$$

τ is time constant of the system= $\frac{a_1}{a_0}$

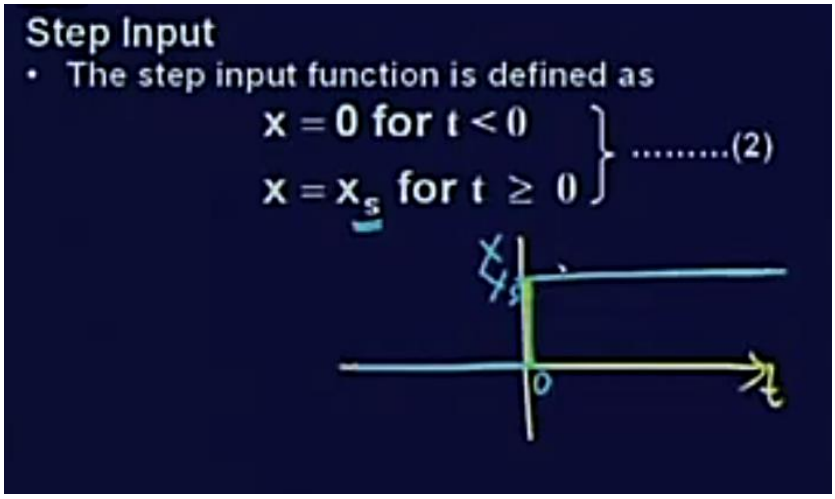
K is static constant of the system = $\frac{b_0}{a_0}$

Step input مدخل الخطوة

- The step input function is defined as

$$\begin{Bmatrix} X = 0 \; for \; t < 0 \\ X = X_s for \; t \geq 0 \end{Bmatrix} \ldots\ldots\ldots (2)$$

Is used to solve the differential equation

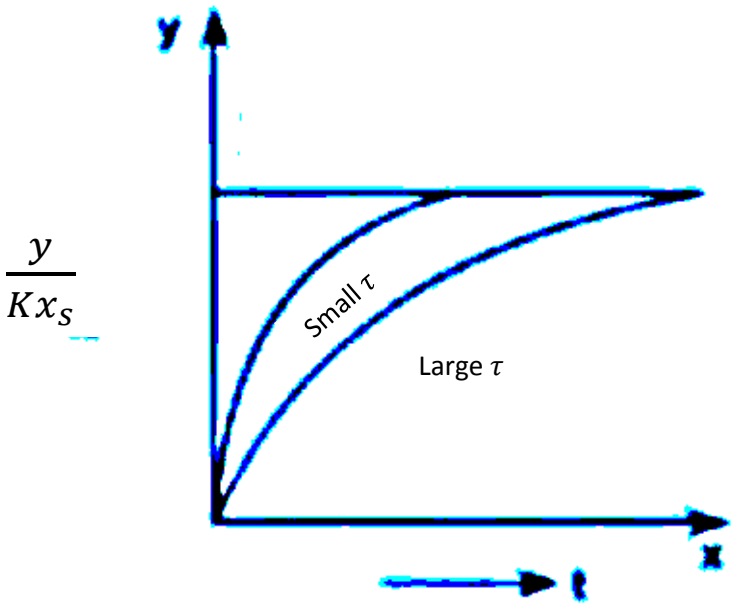


Substituting equation (2) in equation (1) for $t \geq 0$ we get

$$\tau\dot{y} + y = Kx_s \ldots\ldots\ldots (3)$$

The solution of this differential equation (eqn. 3) gives for $t \geq 0$

$$y = Kx_s \left[1 - e^{\frac{t}{\tau}}\right]$$



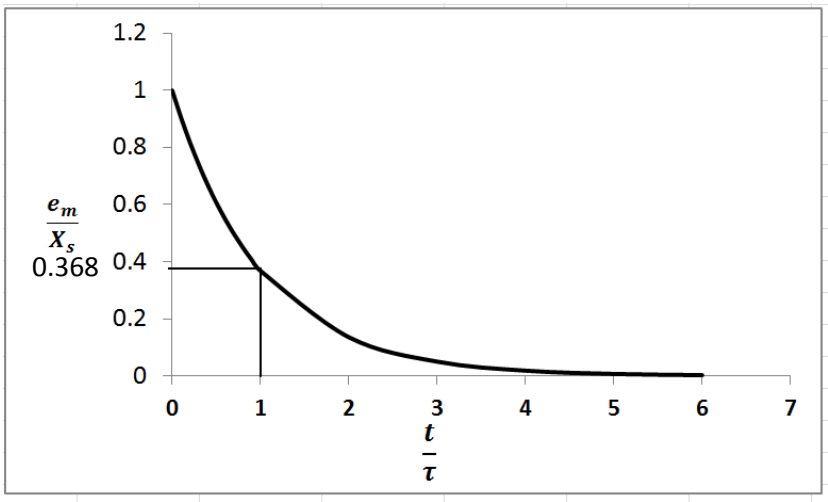
- Error in measurement at any instant of time is defined as

$$e_m = X_s - \frac{y}{K}$$

$$= X_s - X_s\left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right] \text{ [for a step input]}$$

$$= X_s e^{-\frac{t}{\tau}}$$

- Normalised error $= \frac{e_m}{X_s} = e^{-\frac{t}{\tau}}$



مدخل المنحدر Ramp Input

- The ramp function input is defined as

$$X = \begin{Bmatrix} 0 \text{ for } t < 0 \\ \dot{X}_s t \text{ for } t \geq 0 \end{Bmatrix}$$

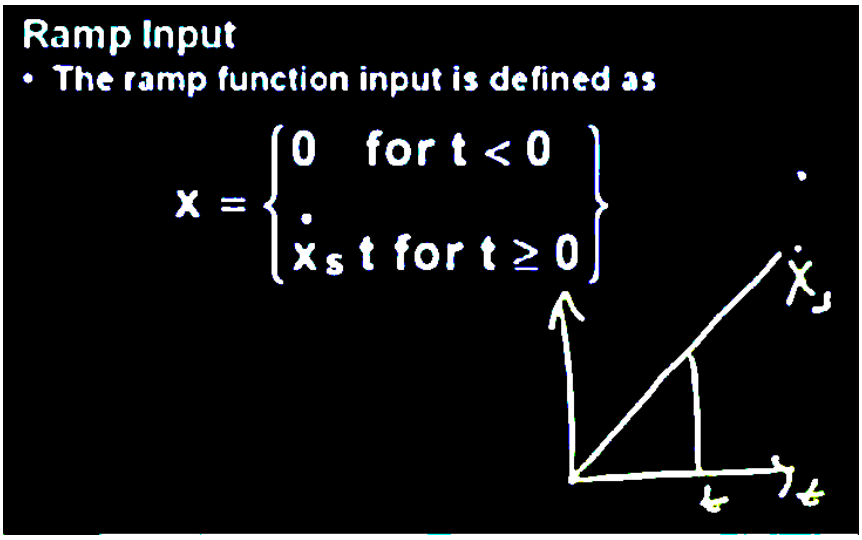
- Recalling the characteristic equation [eqn. (1)] of a first order system we can write

$$\tau\dot{y} + y = \dot{X}_s t$$

- The initial conditions are

$$x = y = 0, \text{ for } t = 0$$

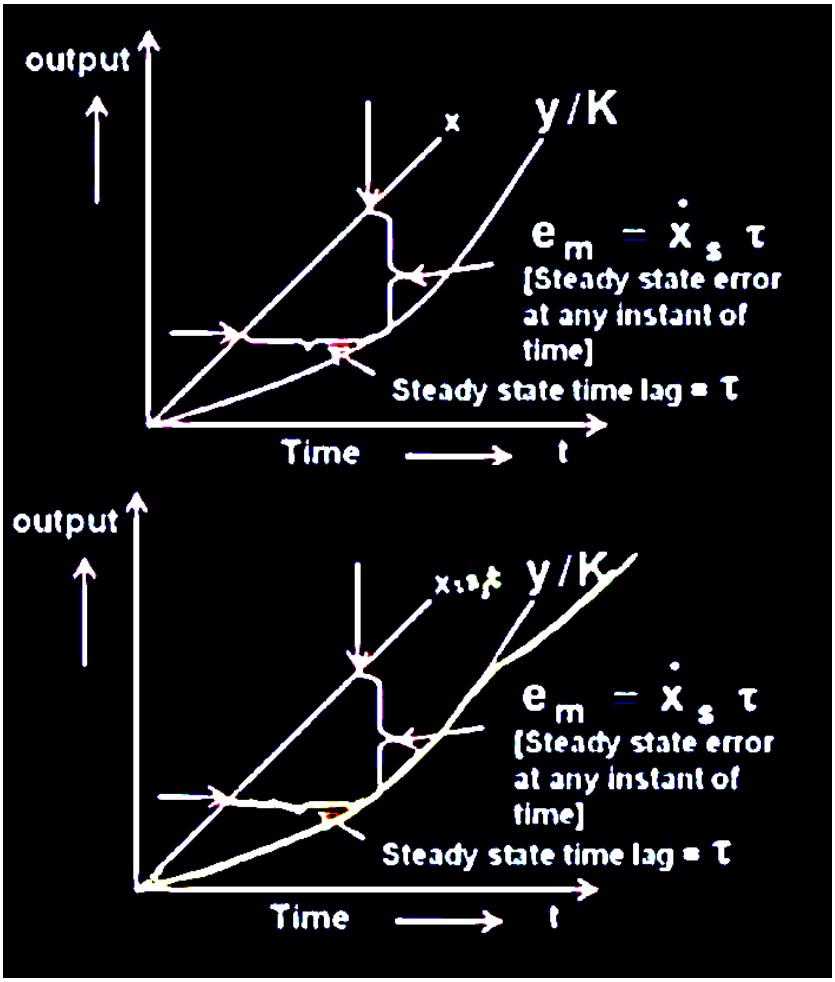
$$y = K\dot{X}_s\left[\tau e^{-\frac{t}{\tau}} + t - \tau\right]$$



Error in measurement at any instant of time is given by

$$e_m = X - \frac{y}{K} = \dot{X}_s t - \dot{X}_s \tau e^{-\frac{t}{\tau}} - \dot{X}_s t + \dot{X}_s \tau$$

$$= -\dot{X}_s \tau e^{-\frac{t}{\tau}} + \dot{X}_s \tau$$



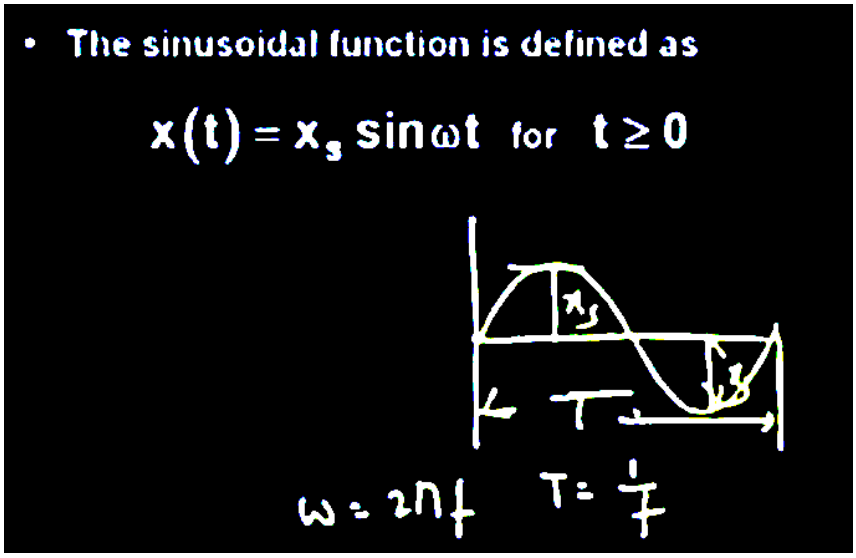
ملاحظات

- ومن الواضح أنه كلما صغرت قيمة τ ، سيختفي بسرعة الخطأ العابر transient error.
- وعلاوة على ذلك ، فبمجرد اختفاء الخطأ العابر ، يظل جهاز القياس متخلفًا عن القيمة الثابتة التي تعد بأنها الثابت الزمني للجهاز time constant of the instrument.
- لذلك من الواضح أن تأخر جهاز القياس the lag of the instrument يعتمد بشكل مباشر على الثابت الزمني τ.
- على سبيل المثال ، سيكون مستشعر درجة الحرارة الذي له ثابت زمني مقداره 5 ثوانٍ في النهاية سيكون متخلفًا عن مدخل المنحدر بمقدار 5 ثوانٍ.
- خطأ القياس يتناسب طرديا مع مدخل المنحدر وثابت الزمن.
- إذا كان خطأ القياس المنخفض مطلوبًا ، فيجب أن يكون جهاز القياس لديه ثابت زمني صغير low time constant

المدخل الجيبي Sinusoidal Input

- توجد الإشارات الدورية Periodic signals في العديد من العمليات ، مثل تحليل الاهتزاز Vibration analysis، وتغير درجات الحرارة المحيطة ، إلخ.
- عندما يتم تطبيق إشارة دورية مثل المدخلات الجيبية Sinusoidal input على نظام قياس من الرتبة الأولى، يؤثر تردد إشارة الدخل على استجابة نظام القياس.
- يتم تعريف الدالة الجيبية Sinusoidal function كما يلي:

$$x(t) = x_s sin\omega t \quad \text{for } t \geq 0$$



- The characteristic equation will be as follows

$$\tau\dot{y} + y = Kx_s \sin \omega t$$

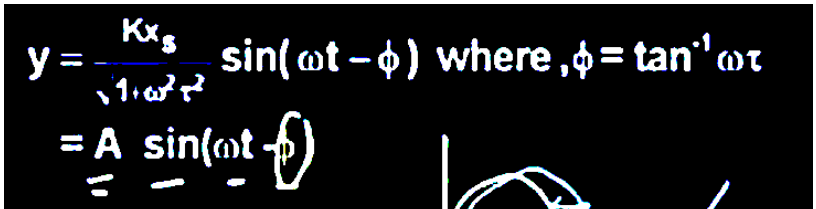
- Solution of this differential equation yields [ignoring initial condition]

$$y[0] = y_0$$

$$y = \frac{KX_s}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}} \sin(\omega t - \phi),$$

Where $\phi = tan^{-1}\omega\tau$

$$y = A \sin(\omega t - \phi)$$

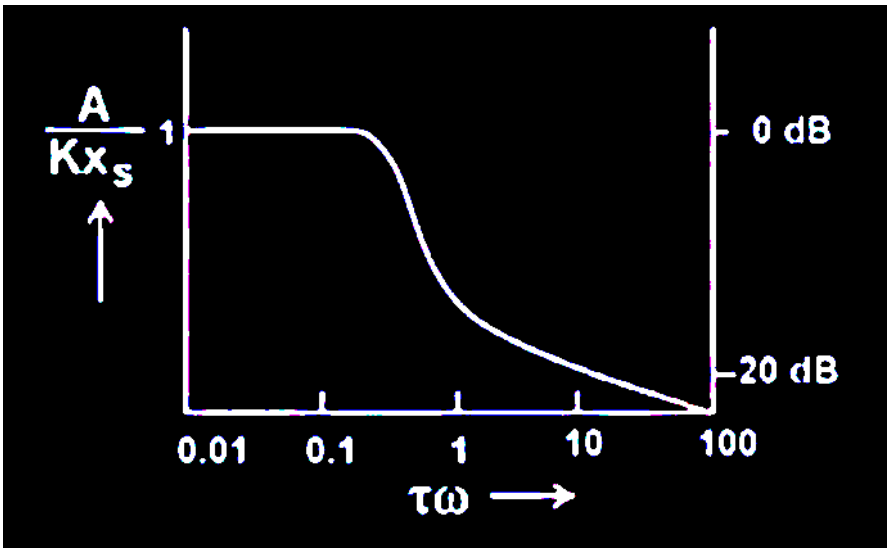


Where $A = \frac{KX_s}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}$

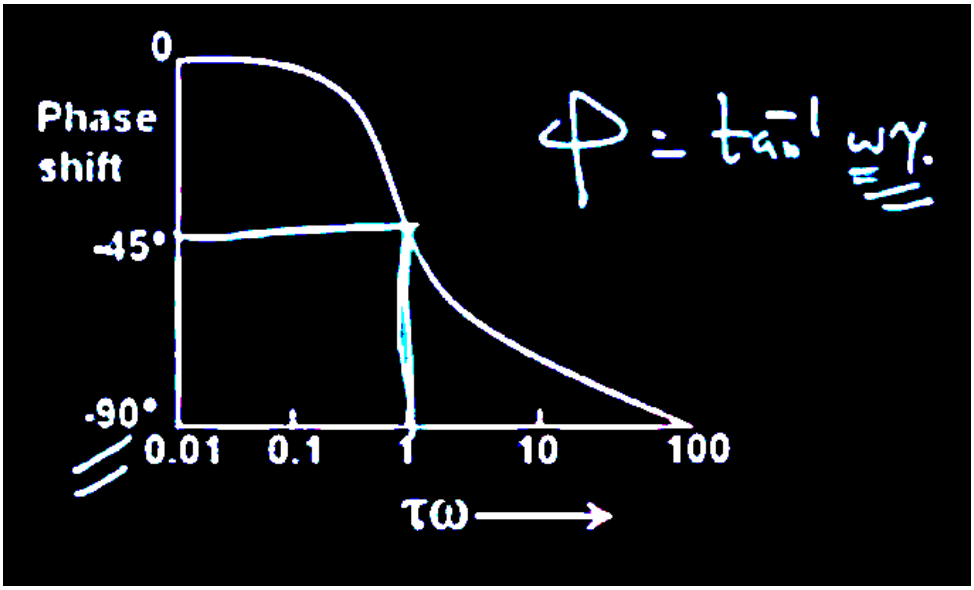
A يمثل اتساع استجابة الحالة المستقرة و ϕ هو تغير طور استجابة المخرجات فيما يتعلق بالمدخل الجيبى.

- ومن الواضح أن اتساع استجابة المخرجات لمنظومة القياس من الرتبة الأولى يعتمد على تردد الإشارة الدورية المدخلة.
- يتم حساب التأخير في القياس بواسطة المعادلة التالية:
  - $D = \frac{\phi}{\omega}$ and is expressed in seconds
  - Where ϕ is in radian and ω is in $\frac{\text{Radian}}{\text{Sec.}}$
- يتم حساب نسبة الاتساع من المعادلة التالية

$$\frac{A}{KX_s} = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}$$



First order system response to sinusoidal input



ملاحظات Remarks

من الواضح أن كل من الثابت الزمنى للنظام وتردد إشارة الدخل يؤثران على استجابة النظام.

لتلك القيم من $\omega\tau$ حيث أن

$$\frac{A}{KX_s} \approx 1,$$

- لن يكون لنظام القياس تقريبًا أي توهين لسعة إشارة الدخل وسيكون هناك تأخير قليل جدًا في الوقت.
- إذا كان مرغوباً قياس الإشارات ذات التردد العالي ، فإن منظومة القياس يجب أن تحتوي على ثابت زمنى τ صغير.
- عند استعمال منظومة القياس ذات الثابت الزمني الكبير لقياس الاشارات ذات التردد فانه يجب إزالة مكون التردد العالي من إشارة الخرج.

Lecture #3

Contents

- Dynamic characteristics
- Response of a second order system for step, ramp and sinusoidal input.
- Problems on first order and second order instruments.

Second order system

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_0 x$$

- المستشعر الذي تم نمذجته بواسطة معادلة تفاضلية من الرتبة الثانية يسمى منظومة القياس ذات الرتبة الثانية.
- مقاييس التسارع ومحول الضغط الغشائي والزئبق في المانومترات الزجاجية هي أمثلة قليلة لمنظومة القياس ذات الرتبة الثانية.
- يمكن كتابة منظومة القياس من الرتبة الثانية كما يلي:

$$a_2 \ddot{y} + a_1 \dot{y} + a_0 y = b_0 x$$

$$\frac{\ddot{y}}{\omega_n^2} + \frac{2\xi}{\omega_n} \dot{y} + y = \frac{b_0}{a_0} x$$

Or

$$\frac{\ddot{y}}{\omega_n^2} + \frac{2\xi}{\omega_n} \dot{y} + y = Kx \text{..... eqn. 1}$$

Where $\omega_n = \sqrt{\frac{a_0}{a_2}}$ = التردد الطبيعي للنظام الغير متضائل

$\xi = \frac{a_1}{2\sqrt{a_0 a_2}}$= نسبة التضاؤل للنظام (Zai) (the value of Zai lies between 0.65 to 0.7)

$K = \frac{b_0}{a_0}$ = Static sensitivity of the system

- يصف الحل المتجانس للمعادلة (1) الاستجابة الطبيعية أو الجوهرية لأي منظومة
- تعتمد استجابة المخرجات على جذور المعادلة المميزة roots of characteristic equation

For step input

Equation 1 can be written as

$$\left(\frac{D^2}{\omega_n^2} + 2\xi\frac{D}{\omega_n} + 1\right)y = KX_s \text{.....eqn.2}$$

Where D is the differential operator and $D = \frac{d}{dt}$

Initial conditions

y=0 at t=0

$\frac{dy}{dt} = 0$ at t=o

The particular integral of equation (2) is

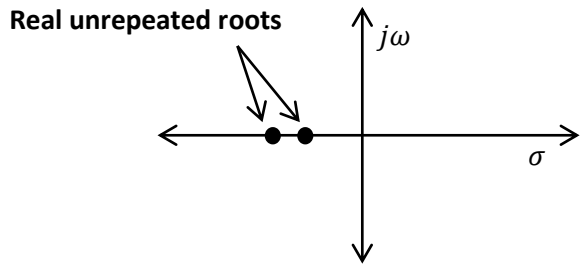
$$y_p = Kx_s$$

The homogenous solution of the equation will be given by,

Homogeneous solution = Particular integral + Complementary function solution.

The complementary function will have three possible forms

Case 1: $\xi > 1$, over damped system المنظومة الفوق متضاءلة(real unrepeated roots) جذور حل المعادلة حقيقية وغير مكررة



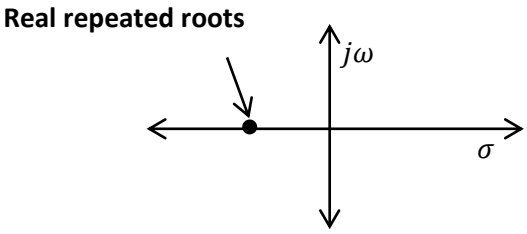
Normalized output will be expressed as

$$\frac{y}{KX_s} = 1 - \frac{\xi+\sqrt{\xi^2-1}}{2\sqrt{\xi^2-1}} e^{\left(-\xi+\sqrt{\xi^2-1}\right)\omega_n t} + \frac{\xi-\sqrt{\xi^2-1}}{2\sqrt{\xi^2-1}} e^{\left(-\xi-\sqrt{\xi^2-1}\right)\omega_n t}$$

Oscillated in response

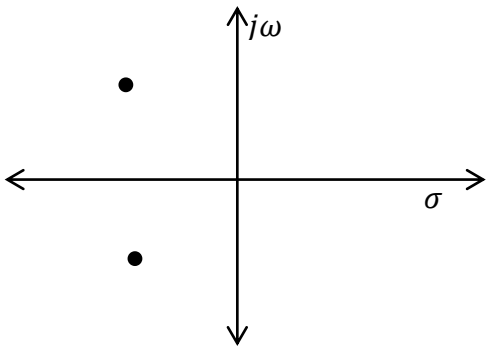
Particular integral + complementary function

Case 2: $\xi = 1$, critically damped system منظومة متضاءلة حرجياً(real repeated roots)



$\frac{y}{KX_s} = 1 - (1 + \omega_n t)e^{-\omega_n t}$ There is no oscillation in response

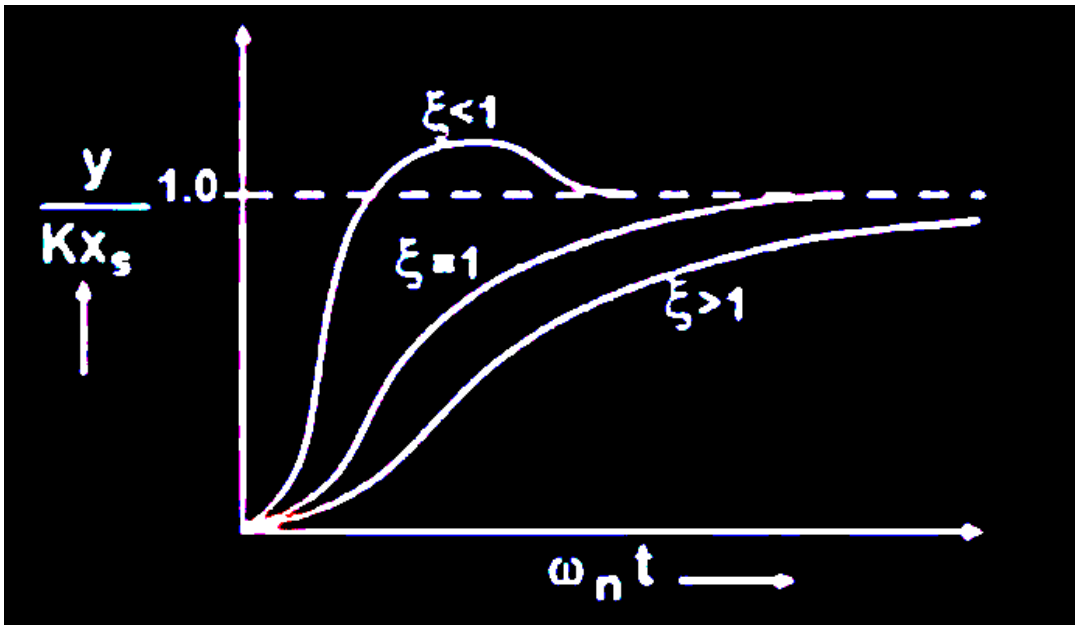
Case 3: $0 < \xi < 1$, under damped system منظومة تحت متضاءلة (complex conjugate roots)

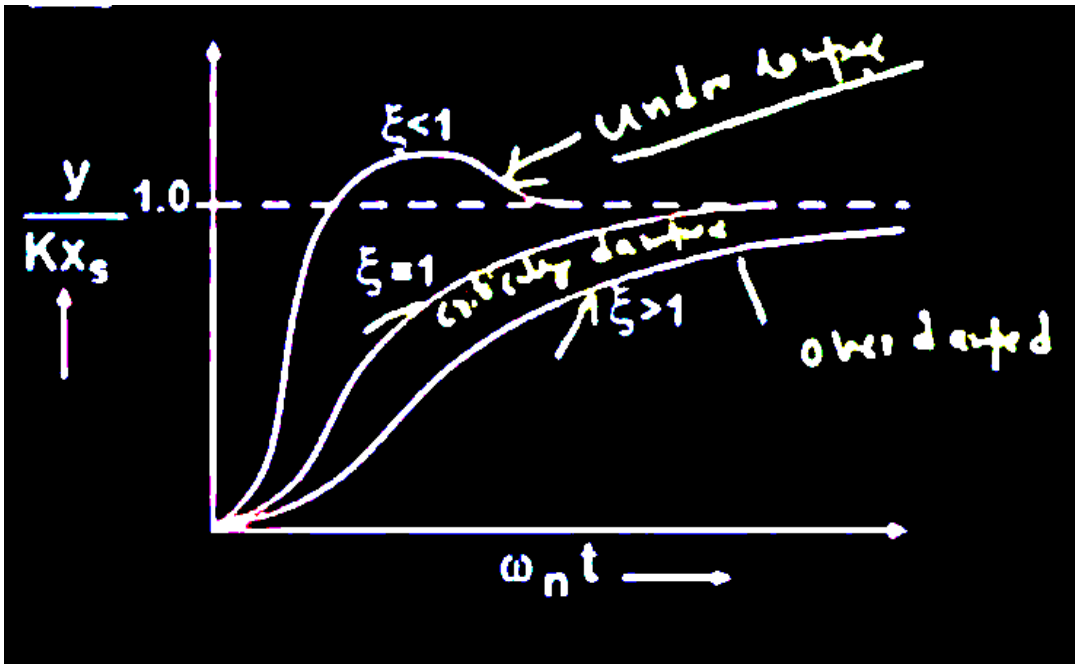


(Oscillation)

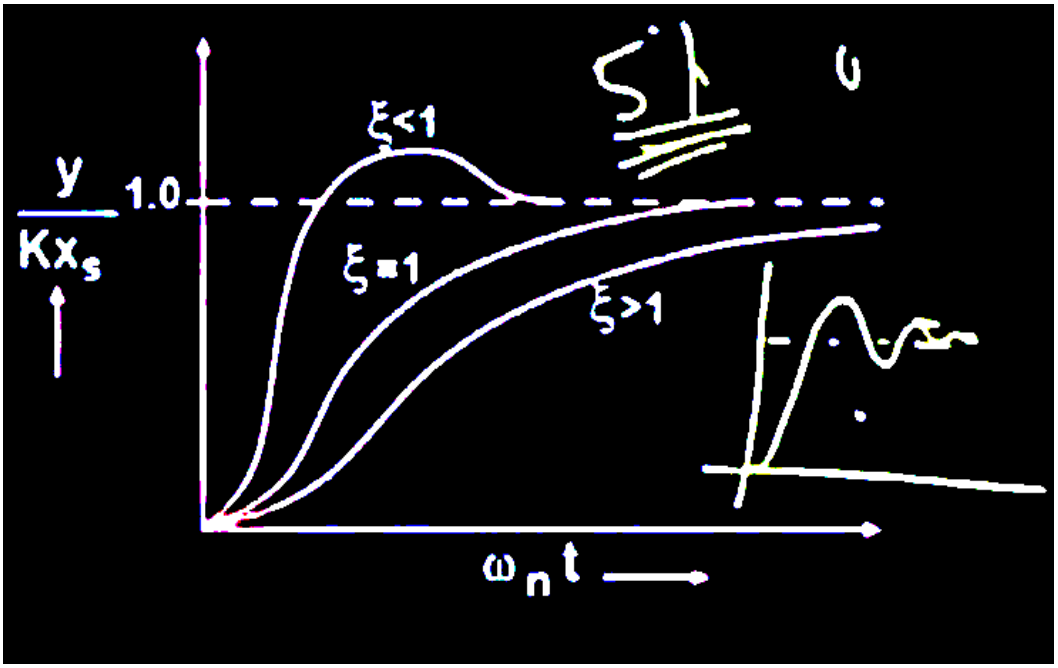
$$\frac{y}{KX_s} = 1 - \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin\left(\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_n t + \phi\right)$$

Where, $\phi = sin^{-1}\sqrt{1-\xi^2}$ phase shift





Look at the origin is slapped but in the first order system is faster



Ramp Input

- The characteristics equation of a 2nd order system with ramp input can be expressed as follows

$$\left(\frac{D^2}{\omega_n^2}+\frac{2\xi D}{\omega_n}+1\right)y = K\dot{x}_s t$$

$$y = \frac{dy}{dt} = 0 \;\; \text{at} \;\; t = 0$$

- The solutions are found to be for case 1: $\xi > 1$, over damped system.

$$\frac{y}{K} = \dot{x}_s t - \frac{2\xi\dot{x}_s}{\omega_n}$$

$$\left(1+\frac{2\xi^2-1-2\xi\sqrt{\xi^2-1}}{4\xi\sqrt{\xi^2-1}}e^{\left(-\xi+\sqrt{\xi^2-1}\right)\omega_n t}+\frac{-2\xi^2+1-2\xi\sqrt{\xi^2-1}}{4\xi\sqrt{\xi^2-1}}e^{\left(-\xi-\sqrt{\xi^2-1}\right)\omega_n t}\right)$$

Case 2: For $\xi = 1$, critically damped system

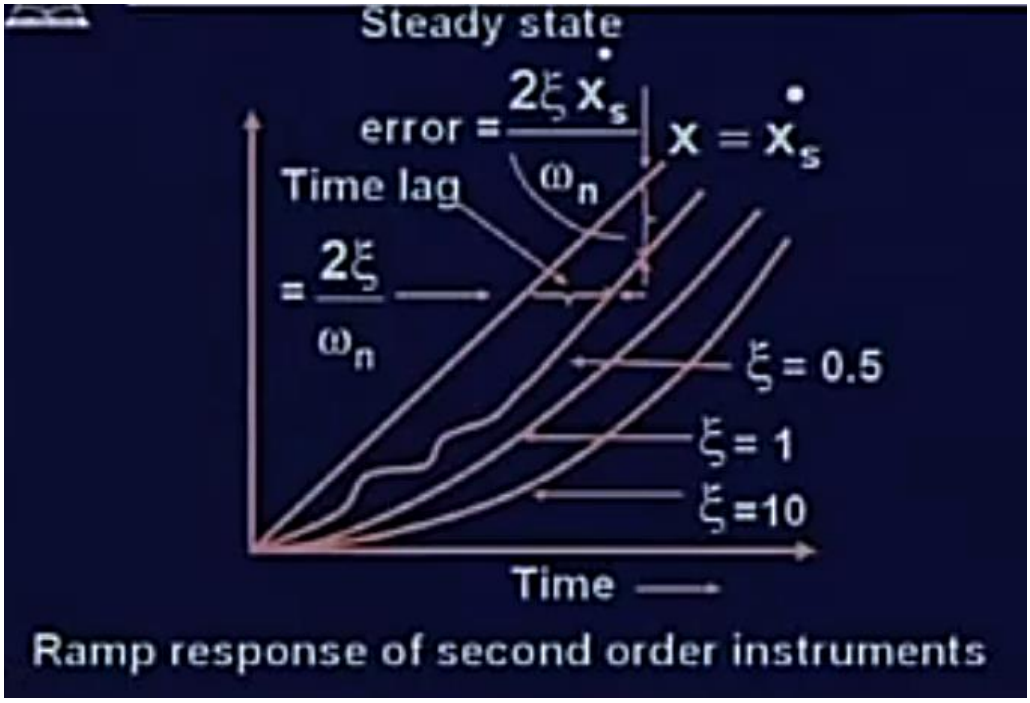
$$\frac{y}{K}=\dot{x}_s t-\frac{2\dot{x}_s}{\omega_n}\left(1-e^{-\omega_n t\left(1+\frac{\omega_n t}{2}\right)}\right)$$

Case 3: For $0 < \xi < 1$, under damped system

$$\frac{y}{K}=\dot{x}_s t-\frac{2\xi\dot{x}_s}{\omega_n}\left[1-\frac{e^{\xi\omega_n t}}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}\sin\left(\sqrt{1-\xi^2}\,\omega_n t+\phi\right)\right]$$

Where

$$\phi = tan^{-1}\frac{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}{2\xi^2-1}$$



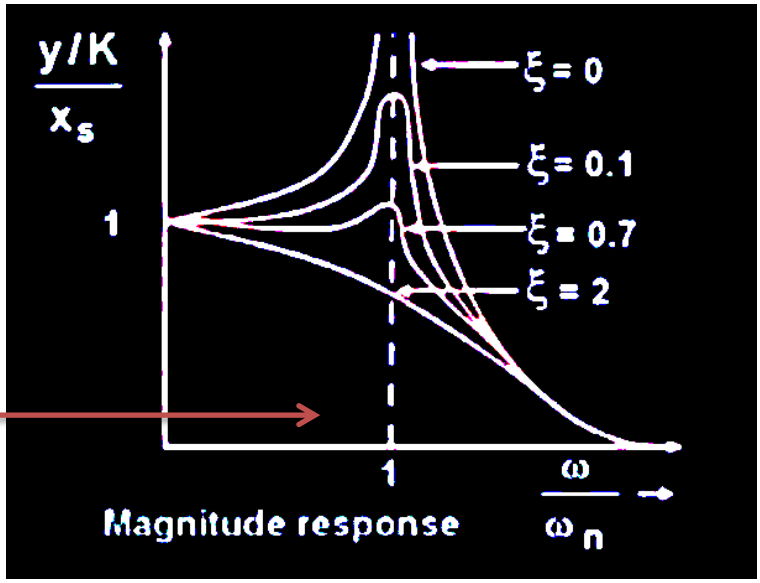
Sinusoidal input

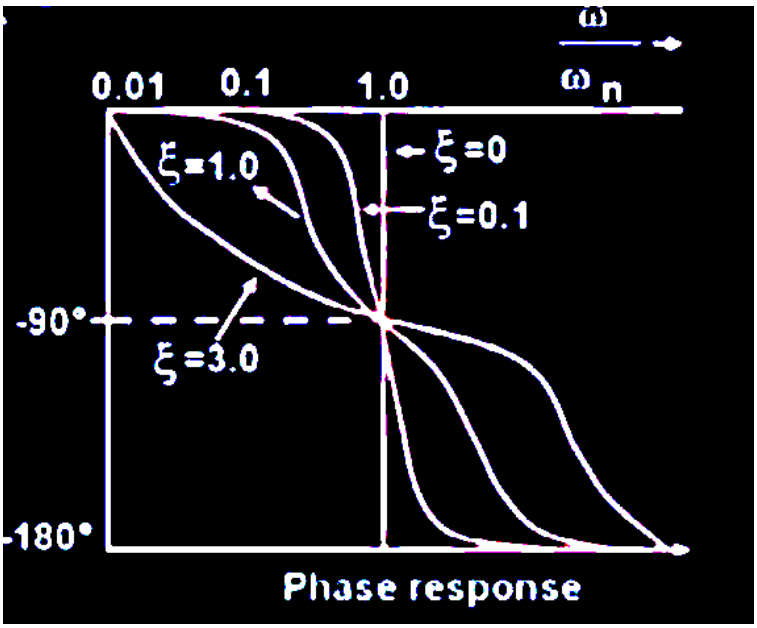
$$x = x_s \sin \omega t$$

$$\frac{y/K}{x_s} = \frac{\sin(\omega t + \phi)}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \frac{4\xi^2\omega^2}{\omega_n^2}}}$$

Phase shift $\phi = \tan^{-1} \frac{2\xi}{\frac{\omega}{\omega_n} - \frac{\omega_n}{\omega}}$

$\omega = \omega_n$





خطأ ديناميكي

ويمكن تعريف الخطأ الديناميكي ، *de* ، لمنظومة قياس ما على أنه

$$d_e = \frac{y/k}{x} - 1$$

ويمثل مقياساً لعدم قدرة منظومة قياس ما على إعادة التوليد بطريقة ملائمة لاتساع إشارة الدخل amplitude لتردد دخل Frequency معين.

ويفضل أن تكون منظومة القياس بنسبة تحجيم قريبة من الوحدة أعلى من نطاق التردد Frequency band المتوقع لإشارة الإدخال لتقليل الخطأ الديناميكي.

وقت الاستقرار *Settling Time*

من الخصائص المفيدة في تحديد سرعة استجابة أي جهاز قياس هي وقت الاستقرار. هذا الوقت (بعد تطبيق إدخال الخطوة *Step Input*) لجهاز القياس للوصول إلى نطاق الاتزان *Tolerance* حول قيمته النهائية.

Problem 3.1

A first order temperature transducer is used to measure the temperature of the oil bath. If the temperature goes above 100˚C, heat supplied to the oil bath should be stopped within 5secs after reaching 100˚C. Determine the maximum allowable time constant of the sensor if the measurement error of 5% is allowed.

Solution:

Measurement error = $e^{-\frac{t}{\tau}}$

For the given problem

$$e^{-\frac{t}{\tau}} = 0.05$$

For $t \leq 5\ sec$

$\tau \leq 1.66\ sec$ is allowed for error of 5%

Problem 3.2

A first order instrument has time constant of 0.5 sec. it is measuring a process parameter that is sinusoidal in nature having a frequency of 3 Hz. Determine the dynamic error of the system.

Solution:

The dynamic error

$$d_e = \frac{y/k}{x} - 1$$

Here

$$\frac{y/k}{x} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}$$

Where

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 3$$

And $\tau = 0.5$

$$\frac{y/k}{x} = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi 3 \times 0.5)^2}} = \frac{1}{\sqrt{89.7364}} = \frac{1}{9.472} = 0.105$$

So the dynamic error

$$= 0.105 - 1 = -0.89 = -89\%$$

Problem 3.3

A first order temperature sensor has been suddenly immersed in a liquid that has a temperature of 100˚C. If after 3 secs the sensor shows a temperature of 80˚C, calculate the instrument time constant. Also calculate the error in the temperature reading after 2secs.

$$y = 100\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$t = 3sec, \qquad y_{t=3sec} = 80^{\circ}\mathrm{C}$$

$$80 = 100\left(1 - e^{-\frac{3}{\tau}}\right)$$

$$0.8 = 1 - e^{-\frac{3}{\tau}} \gg\gg \tau = 1.86sec$$

To calculate the error in the temperature reading after 2secs

$$y_{t=2sec} = 100\left(1 - e^{-\frac{2}{1.86}}\right) = 100(1 - 0.341) = 65.8^{\circ}\mathrm{C}$$
$$\mathrm{Error} = -34.2^{\circ}\mathrm{C}$$

Problem 3.4

A pressure transducer is to be selected to measure the pressure of a vessel. The pressure variation can be considered as sinusoidal signal of frequency lies between 1 and 4Hz. Several sensors are available each with known time constant. Select a sensor if the dynamic error of $\pm 1\%$ is acceptable.

Solution

The magnitude of dynamic error of first order $|d_e| \leq 0.01$

Magnitude ratio = $\frac{y/_k}{x}$

$$0.99 \leq \frac{y/_k}{x} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}$$
$$\omega = 2\pi * 4 \quad , f = 4\mathrm{Hz}$$
$$\omega^2 = 631$$
$$0.981(1 + \omega^2\tau^2) = 1$$
$$\omega^2\tau^2 = 0.01936$$
$$\tau = \sqrt{\frac{0.01936}{631}} = 5.6 \text{ msec}$$

Similarly

$$f = 1\mathrm{Hz}$$
$$\tau = 0.0226 \text{ msec}$$
$$5.6 \text{ msec} < \tau < 0.0226 \text{ msec}$$

Problem 3.5

A periodic signal is to be measured with a first order instrument having a time constant of 3 sec. If the dynamic error of $\pm 5\%$ can be tolerated, find the highest frequency of input signal that can be measured by the instrument.

Solution

$$d_e = \frac{y/k}{x} - 1$$

$$0.95 \leq \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega\tau)^2}}$$

$$(\omega\tau)^2 \leq 0.108$$

$$\omega \leq 0.01095 \text{ rad/sec}$$

Problem 3.6

An accelerometer that is second order in nature is to be selected to measure sinusoidal signal of frequency below 100Hz. If the dynamic error of $\pm 6\%$ is allowed choose for damping ratio of 0.6.

Solution

$$d_e = 0.06, \quad \xi = 0.6$$

$$0.94 \leq \frac{y/k}{x} \leq 1.06$$

$$1.06 \geq \frac{1}{\left\{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\xi\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\right]^2\right\}^{1/2}}$$

$$0.94 \leq \frac{1}{\left\{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\xi\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\right]^2\right\}^{1/2}}$$

$$\omega_n \geq 730 \text{ rad/sec}$$