**محاضرة 15 – 3-2020**

**مادة السلاسل الزمنية الفرقة الرابعة تخصص الإحصاء**

**نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة المتكاملة(التكاملية)**

**Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA)**

أن عمليات السلاسل الزمنية التي تمت دراستها سابقا هي عبارة عن عمليات ساكنة، *ونماذج* ARMA *تكون فقط مع السلاسل الزمنية الساكنة. وهذا يعني ان يكون المتوسط والتباين والتغاير ثابت عبر الزمن.* ولكن العديد من السلاسل الزمنية التطبيقية الخاصة بالاقتصاد والأعمال ليست ساكنة حيث قد لا يتوافر فيها شروط سكون التغاير و*المتوسط، فالمتوسط خلال سنة واحدة سيختلف عن المتوسط في سنة أخرى. مما يشير ان السلاسل الزمنية غير ساكنة ولتجنب هذه المشكلة وللحصول على سلاسل زمنية ساكنة نحتاج لإزالة عدم السكون فى المتوسط من البيانات الأصلية ويتم ذلك من خلال استخدام الفروق*

*فإذا كانت السلسلة الزمنية ساكنة في الفروق الأولى تسمى متكاملة من الدرجة الأولى وهذا يكمل المصطلح، وإذا كانت السلسلة الزمنية غير ساكنة في الفروق الأولى يجب أخذ الفروق الثانية.*

*إذا كانت السلسلة الزمنية ساكنة في الفروق الثانية تسمى متكاملة من الدرجة الثانية* **I(2)،** *وبصفة عامة إذا كانت السلسلة الزمينة اخذت لها الفروق من الدرجة d لتكون ساكنة، يقال انها متكاملة من الدرجة*  *أى،* ويعبر عن رتبة أي نموذج بالرمز حيث *تشير إلى عدد حدود المتغير التابع* وهي رتبة الجزء الخاص بالانحدار الذاتي  *و* عدد *المرات التي تؤخذ فيها الفروق للحصول على سكون السلسلة الزمنية* (ونادرا ما نحتاج إلى ) *و q عدد حدود حد الخطأ* وهي رتبة عملية المتوسطات المتحركة.

فمثلا نموذج يعنى أن

 (من مرحلة التحديد)، (من مرحلة التقدير والفحص التشخيصي للنموذج)؟

**ملاحظة:**

إذا لم يتم أخذ فروق () يشار لنماذج ARIMA على أنها نماذج.

يأخذ نموذج الصورة التالية:



حيث



فإن



وباستخدام Backshift Operator (معامل الإزاحة للخلف)



وبوضع





وبقسمة الطرفين على 



أي أنه يمكن التعبير عن نموذج كما بالصورة التالي:



أو



حيث تشير إلى الزمن.

 هي السلسلة التابعة () أو هي فروق السلسلة التابعة().

 المتوسط الحسابي.

 معامل الإزاحة للخلف Backshift operator حيث 

 هو معامل الانحدار الذاتي AR معبرا عنه بكثيرة حدود polynomial في معامل الإزاحة للخلف حيث



 هو معامل المتوسطات المتحركة MA معبرا عنه بكثيرة حدود في معامل الإزاحة للخلف حيث



 حد الخطأ العشوائي.

**ملاحظة:**

 عبارة عن السلسلة التابعة response series  أو فروق السلسلة  التي يتم تحديدها بمعامل الفروق differencing operator في مرحلة التحديد، ففي حالة عدم وجود فروق تكون:



وفى حالة وجود فروق غير موسمية بسيطة simple (non-seasonal) differencing تكون:



وفى حالة وجود فروق موسمية seasonal differencing فإن:



حيث

 هي درجة الفروق غير الموسمية

 هي درجة الفروق الموسمية

 طول الموسم length of the seasonal cycle.

ويرمز لنموذج الموسمى الذي يحتوي على عوامل موسمية وغير موسمية بشكل عام بالرمز حيث

الحد يعطى رتبة الجزء غير الموسمى من نموذج.

والحد يعطى رتبة الجزء الموسمي من نموذج.

قيمة عبارة عن عدد المشاهدات في الفترة الموسمية seasonal cycle فمثلا

 للسلسلة الشهرية، للسلسلة الربع سنوية، ...، وهكذا

مثلا:

الرمز يعبر عن نموذج موسمي لبيانات شهرية ويأخذ الشكل التالي

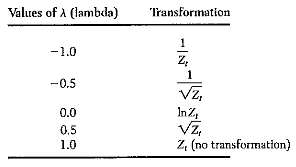


وفيما يلي أمثلة لبعض نماذج *ARIMA*:

* 1. ARIMA (0,1,0) : 
  2. ARIMA (1,1,0) :
  3. ARIMA (0,1,1) : 
  4. ARIMA (1,1,1) :
  5. ARIMA (0,2,2) :
  6. ARIMA (2,2,2) :

ولجعل التباينات مستقرة (ثابتة) يتم استخدام تحويلة Box-Cox's Power وأهمها التحويلة اللوغاريتمية وتأخذ السلسلة المحولة الصيغة التالية:

ويتم استخدام السلسلة المحولة بعد ذلك كأنها السلسلة الأصلية. ويمكن طبقا لقيم تحديد نوع التحويلة كالتالي:



حيث نختار التحويلة التي لها اقل متوسط لمربعات أخطاء البواقي.ويجب دائما تطبيق التحويلة التى تجعل التباينات مستقرة قبل أخذ الفروق حيث أن هذه التحويلة تتطلب الا تكون هناك قيم سالبة في البيانات وعادة أخذ الفروق يخلق بعض القيم السالبة.

ولأن هناك تشابه كبير بين دوال الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي للنماذج AR، MA فانه لتحديد نموذج جيد مناسب من نماذج ARIMA فإنه يجب الا تقل عدد المشاهدات عن 50 مشاهدة والا تقل عدد الفجوات الزمنية لدوال الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي عن.