أولا الأسئلة الاختيارية — 20 درجة

السؤال الأول: اختار الإجابة الصحيحة فقط مما يلي: — **5 درجات**

أولا أسئلة الاختيار من متعدد:

1) إذا كانت $X1, X2, \ldots, Xn$ عينة عشوائية من مجتمع بمتوسط μ وتباين σ^2 ، فإن متوسط العينة $\bar{X}$:

أ) غير متحيز لمتوسط المجتمع وتباينه σ^2 — ب) متحيز لمتوسط المجتمع وتباينه σ^2/n

ج) غير متحيز لمتوسط المجتمع وتباينه σ^2/n — د) متحيز لمتوسط المجتمع وتباينه σ^2

2) إذا كان حجم العينة يزداد إلى مالا نهاية، فإن توزيع المتوسط العيني $\bar{X}$ يقترب من:

أ) توزيع بواسون — ب) توزيع طبيعي معياري

ج) توزيع t — د) توزيع كاي-تربيع

3) في حالة المجتمعات المنتهية، يستخدم معامل التصحيح (Finite Population Correction Factor) لتعديل:

أ) المتوسط — ب) التباين

ج) الوسيط — د) معامل الالتواء

4) إذا كان $Z \sim N(0,1)$ و $Q \sim \chi^2(n)$ مستقلين، فإن $T = Z/\sqrt{(Q/n)}$ يتبع:

أ) توزيع طبيعي معياري — ب) توزيع كاي-تربيع

ج) توزيع t — د) توزيع F

5) إذا كان $Q1 \sim \chi^2(n1)$ و $Q2 \sim \chi^2(n2)$ مستقلين، فإن $(Q1/n1)/(Q2/n2)$ يتبع:

أ) توزيع كاي-تربيع — ب) توزيع F

ج) توزيع t — د) توزيع طبيعي

ثانيًا :أسئلة صح وخطأ

6) قانون الأعداد الكبيرة هو تطبيق مباشر لمتباينة تشيبيشيف على المتوسط العيني.

7) توزيع t يقترب من التوزيع الطبيعي المعياري عندما يزداد عدد درجات الحرية.

8) توزيع F يُستخدم غالبًا لاختبار ملاءمة التوزيع.

9) الإحصاءات الرتبية تشمل القيم العظمى والصغرى للعينة فقط.

10) توزيع كاي-تربيع هو حالة خاصة من توزيع جاما.

السؤال الثاني: اختار الإجابة الصحيحة مع التعليل مما يلي: — 15 درجة

الأسئلة الخمسة الآتية تتناول موضوع تحويل المتغيرات لمتغيرين مستمرين، والمطلوب اختيار الإجابة الصحيحة مع تقديم تعليل دقيق يوضح سبب صحة الاختيار.

11) أيٌّ مما يلي يعتبر دالة الكثافة المشتركة للمتغيرين (X_1X_2) ؟

a) $f(x_1,x_2) = \begin{cases} 4x_1x_2 & ,0 < x_1 < 1, 0 < x_2 < 1 \\ 0 & , \text{elsewhere} \end{cases}$

b) $f(x_1,x_2) = \begin{cases} 4x_1x_2 & ,0 < x_1 < 1, 0 < x_2 < 4 \\ 0 & , \text{elsewhere} \end{cases}$

c) $f(x_1,x_2) = \begin{cases} 4x_1x_2 & ,0 < x_1 < 1, 0 < x_2 < 4 \\ 0 & , \text{elsewhere} \end{cases}$

d) $f(x_1,x_2) = \begin{cases} 4x_1x_2 & ,0 < x_1 < 4, 0 < x_2 < 4 \\ 0 & , \text{elsewhere} \end{cases}$

12) مع التحويل

$$Y_1 = X_1^2, \quad Y_2 = X_1 X_2$$

أيٌّ من الصيغ الآتية تمثّل التحويل العكسي (x_1, x_2) بدلالة (y_1, y_2) على المجال الصحيح؟

a) $x_1 = \sqrt{y_1}$, $x_2 = \frac{y_1}{\sqrt{y_2}}$

b) $x_1 = \sqrt{y_1}$, $x_2 = \frac{y_2}{\sqrt{y_1}}$

c) $x_1 = \sqrt{y_2}$, $x_2 = \frac{y_1}{y_2^2}$

d) $x_1 = \sqrt{y_2}$, $x_2 = \frac{y_2}{y_1^2}$

13) القيمة المطلقة الصحيحة لمحدِّد الجاكوبي المقابل للتحويل الصحيح هي:

a) $|J| = \frac{1}{2y_2}$

b) $|J| = \frac{1}{2y_1}$

c) $|J| = \frac{2}{y_2}$

d) $|J| = \frac{2}{y_1}$

14) أيٌّ من الأوصاف التالية يحدِّد مجال (Y) للزوج (y_1, y_2) بعد التحويل؟

a) $\{(y_1, y_2) \mid y_2^2 < y_1 < 1 \ , \ 0 < y_2 < 1\}$

b) $\{(y_1, y_2) \mid 0 < y_1 < 1 \ , \ y_1^2 < y_2 < 1\}$

c) $\{(y_1, y_2) \mid 0 < y_1 < y_2^2 \ , \ 0 < y_2 < 1\}$

d) $\{(y_1, y_2) \mid 0 < y_1 < 1 \ , \ 0 < y_2 < y_1^2\}$

15) دالّة الكثافة المشتركة $\big(g(y_1, y_2)\big)$ للمتغيرين (y_1, y_2) هي:

a) $g(y_1, y_2) = \begin{cases} \frac{2y_2}{y_1} & , y_2^2 < y_1 < 1 \ , \ 0 < y_2 < 1 \\ 0 & , \quad \text{elsewhere} \end{cases}$

b) $g(y_1, y_2) = \begin{cases} \frac{2y_1}{y_2} & , 0 < y_1 < 1 \ , \ y_1^2 < y_2 < 1 \\ 0 & , \quad \text{elsewhere} \end{cases}$

c) $g(y_1, y_2) = \begin{cases} \frac{y_2}{2y_1} & , 0 < y_1 < y_2^2 \ , \ 0 < y_2 < 1 \\ 0 & , \quad \text{elsewhere} \end{cases}$

d) $g(y_1, y_2) = \begin{cases} \frac{y_1}{2y_2} & , 0 < y_1 < 1 \ , \ 0 < y_2 < y_1^2 \\ 0 & , \quad \text{elsewhere} \end{cases}$

الأسئلة الخمسة الآتية تتناول موضوع تحويل المتغيرات لمتغير متقطع، والمطلوب اختيار الإجابة الصحيحة مع تقديم تعليل دقيق يوضح سبب صحة الاختيار.

16) أيٌّ مما يلي يمثّل دالّة الكتلة الاحتمالية للمتغيّر العشوائي(X) الذي يتبع التوزيع الهندسي؟

a) $f(x) = \frac{3}{4}\left(\frac{1}{4}\right)^{x-1}$, $x = 1,2,3,\cdots$

b) $f(x) = \frac{3}{4}\left(\frac{1}{4}\right)^{x-1}$, $x = 0,1,2,\cdots$

c) $f(x) = \frac{3}{4}\left(\frac{1}{4}\right)^{1-x}$, $x = 1,2,3,\cdots$

d) $f(x) = \frac{3}{4}\left(\frac{1}{4}\right)^{1-x}$, $x = 0,1,2,\cdots$

17) المتغيّر الجديد معرّف بـ $(Y = X^2)$. فإن مجموعة القيم الممكنة لـ (Y) هي:

a) $y = 1,4,9,\cdots$

b) $y = 0,1,4,\cdots$

c) $y = 2,4,6,\cdots$

d) $y = 0,2,4,\cdots$

18) ما قيمة (P(Y=9)) ؟

a) $\frac{3}{16}$

b) $\frac{3}{4}$

c) $\frac{1}{64}$

d) $\frac{3}{64}$

19) أيٌّ مما يلي يمثّل دالّة الكتلة الاحتمالية لـ $(Y = X^2)$ ؟

a) $g(y) = \frac{3}{4}\left(\frac{1}{4}\right)^{\sqrt{y}-1}$, $y = 0,1,4,\cdots$

b) $g(y) = \frac{3}{4}\left(\frac{1}{4}\right)^{\sqrt{y}-1}$, $y = 1,4,9,\cdots$

c) $g(y) = \frac{3}{4}\left(\frac{1}{4}\right)^{1-\sqrt{y}}$, $y = 0,2,4,\cdots$

d) $g(y) = \frac{3}{4}\left(\frac{1}{4}\right)^{1-\sqrt{y}}$, $y = 2,4,6,\cdots$

20) أي العبارات التالية صحيحة بخصوص الاحتمال $P(Y \leq 9)$ ؟

a) $P(Y \leq 9) = P(X \leq 3)$

b) $P(Y \leq 9) = P(X \leq 9)$

c) $P(Y \leq 9) = P(X \leq 3) = \frac{63}{64}$

d) $P(Y < 9) = P(X < 3) = \frac{15}{64}$

ثانيا الأسئلة المقالية 50 درجة

1) بفرض ان $X = (x_1, x_2)$ حيث (x_1) و (x_2) متغيران مستقلان يتبعان التوزيع الطبيعي حيث:

$$x_1 \sim N(0,1)$$
$$x_1 \sim N(0,6)$$

المطلوب :

(أ) التوزيع المشترك للمتغيرين $Y = (y_1, y_2)$ حيث:

$$y_1 = x_1 + x_2$$
$$y_2 = x_1 - x_2$$

(ب) قيمة معامل الارتباط بين (y_1, y_2)

2) اثبت أن:

$$\Gamma(p+1) = p \cdot \Gamma(p)$$

3) بفرض ان $(x_n, \cdots, x_2, x_1)$ متغيرات عشوائية مسحوبة من التوزيع التالي:

$$f(x,\theta) = e^{-(x-\theta)},\ \theta < x < \infty$$

باستخدام طريقة العزوم المطلوب تقدير المعلمة (θ) .

4) بفرض ان $(x_n, \cdots, x_2, x_1)$ متغيرات عشوائية مسحوبة من التوزيع الطبيعي:

$$f(x,\mu,\sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, -\infty < x < \infty$$

باستخدام طريقة الامكان الاعظم المطلوب تقدير المعلمتين (μ, σ^2) .

5) اذا كان لديك دالة التوزيع المشترك لكل من (x_1) و (x_2) على الصورة التالية:

$$f(x_1, x_2) = x_1 + x_2, \quad 0 < x_1 < 1 \ \ \& \ 0 < x_2 < 1$$

المطلوب ما يلي:

1) تغاير (x_1) و (x_2)
2) تباين (x_1)
3) تباين (x_2)
4) معامل الارتباط بين (x_1) و (x_2)

انتهت الأسئلة مع اطيب امنياتي بالنجاح والتوفيق

د/ مجدي علي إبراهيم كرات