جامعة دمياط
Damietta University
كلية العلوم
قسم الرياضيات

الفصل الدراسي الأول ٢٠٢٣/٢٠٢٢
المستوى الثالث البرنامج الرياضيات
المادة الهندسة التفاضلية (٣٠٥ر)
التاريخ ٢٠٢٣/١/١ الزمن ساعتين

الدرجة الكلية ٧٠ درجة

أجب عن الأسئلة التالية:

السؤال الأول: (١٨ درجة)

1) اشرح ماذا نعني بـ: دالة متجهه – منحنى منتظم – دالة طول القوس.

2) بفرض $\alpha(t)$ منحنى معطى بالشكل:

$$\alpha(t) = (a\cos t, a\sin t, bt), \qquad a, b \neq 0, -\infty < t < \infty$$

• أثبت أن المنحنى منتظم. • أوجد طول القوس في الفترة $(0, t)$ • أوجد التمثيل الطبيعي للمنحنى.

3) أوجد المعادلات البارامترية لكل من:

(i) الخط المستقيم المار بالنقطة $(1, 2, 0)$ ويوازي المتجه $(1, 0, -1)$

(ii) المستوى الذي يمر بالنقطة $(1, -1, 0)$ وعمودي على الخط المعطى بـ: $\alpha(t) = (1-t, 1+t, 3)$

السؤال الثاني: (١٨ درجة)

1) عرف الثلاثي المتحرك T, N, B وكذلك اللي τ لمنحنى فراغي $\alpha(s)$ من فصل ≤ 3. وأثبت أن:

i) $B'(s) = -\tau N(s)$ $\qquad \left(' = \frac{d}{ds}\right)$

ii) $N'(s) = \tau B(s) - k\,T(s)$

2) إذا كان C منحنى معطى بـ :

$$\alpha(t) = (3\cos t, 3\sin t, 4t), -\infty < t < \infty$$

أوجد تقاطع الخط المماس للمنحنى عند $t = \frac{\pi}{2}$ والمستوى XY

السؤال الثالث: (١٦ درجة)

إذا كان $\alpha(t)$ منحنى معطى بـ $\alpha(t) = (\cos t, \sin t, t)$. أوجد كل مما يلي:

i) معادلة الخط العمودي الأساسي عند $t = \frac{\pi}{2}$

ii) معادلة المستوى المولد بالمتجهين T, B عند $t = \frac{\pi}{2}$

iii) اللي τ

السؤال الرابع: (١٨ درجة)

1- إذا كان $\alpha(t)$ تمثيل بارامتري اختياري لمنحنى من فصل ≤ 2. أثبت أن:

$$k = \frac{|\dot{\alpha}(t) \times \ddot{\alpha}(t)|}{|\dot{\alpha}(t)|^3} \qquad \left(\dot{} = \frac{d}{dt}\right)$$

2- احسب التقوس لكل من: i) القطع المكافئ $y = x^2$ ii) الدائرة $x^2 + y^2 = r^2$

3- بفرض C منحنى من فصل ≤ 3.

i) عرف كل من المستوى المقوم والمستوى اللاصق ثم اكتب معادلة كل منهما عند نقطة P_0 موضحاً إجابتك.

ii) أوجد معادلة المستوى اللاصق للمنحنى $\alpha(t) = (\cos t, \sin t, t)$ عند $t = 0$.

مع أطيب التمنيات بالتوفيق

د/ ملك الحسانين رسلان

رئيس قسم الرياضيات أ.د/ أحمد محمد كامل طرابيه