



امتحان دور مايو 2023



الكلية : العلوم	الفرقة: الرابعة	الشعبة: رياضيات
القسم: الرياضيات	كود المقرر: 410 ر	التاريخ: 2023/ 5/31
المادة: ميكانيكا متقدمة	الدرجة الكلية: 105 درجة	زمن الامتحان: 3 ساعات

### أجب عن الأسئلة الآتية:

#### السؤال الأول: (24 درجة)

(أ) إذا كان  $u = \int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \varphi}}$  أثبت أن  $sn(K-u) = \frac{cnu}{dnu}$  حيث  $K$  هو تكامل ناقص من النوع الأول.

(14 درجة)

(ب) إذا كان عزم القصور لجسم معين حول ثلاثة محاور متعامدة  $OX, OY, OZ$  عند النقطة الثابتة  $O$  هي  $A, B, C$  على الترتيب ، وكان  $a^2 = \frac{B+C-A}{2M}, b^2 = \frac{C+A-B}{2M}, c^2 = \frac{A+B-C}{2M}$  حيث  $M$  كتلة الجسم فاثبت أن مركز كتلة الجسم يقع داخل متوازي المستطيلات  $|x_0| \leq a, |y_0| \leq b, |z_0| \leq c$  ، حيث  $x_0, y_0, z_0$  إحداثيات أن مركز كتلة الجسم بالنسبة لهذه المحاور.

(6 درجات)

ج- اثبت أن طول متجه موضع القطب  $r$  لسطح القصور الناقص يتناسب مع مقدار السرعة الزاوية.

(4 درجات)

#### السؤال الثاني: (27 درجة)

(أ) اثبت أن طول محيط القطع الناقص  $4bE\left(\sqrt{1-\frac{a^2}{b^2}}\right)$  حيث  $a, b$  نصفاه قطريه ،  $b > a$ .

(6 درجات)

(ب) اوجد التكامل الأول الرابع لمسألة حركة الجسم المتماusk الثقيل حول نقطة ثابتة في حالة كوفاليفسكايا.

(16 درجة)

(ج) اوجد تكامل المساحات.

(5 درجات)

#### السؤال الثالث: (27 درجة)

(أ) اثبت أن المتجه  $\underline{\gamma}$  يمكن كتابته على الصورة  $\underline{\gamma} = \frac{1}{Mgr_0^2} \left[ \underline{r}_0 \wedge (\underline{G} + \omega \wedge \underline{G}) + \left( h - \frac{1}{2} \underline{G} \cdot \omega \right) \underline{r}_0 \right]$  حيث  $h$  ثابت

الطاقة ،  $\underline{G} = \omega I$  ،  $\omega$  متجه السرعة الزاوية ،  $r_0$  متجه موضع مركز الكتلة بالنسبة للمحاور الأساسية. (9 درجات)

(ب) ادرس حركة جسم متماسك ثقيل حول نقطة ثابتة  $O$  اذا وقع مركز كتلة الجسم في أحد المستويات الأساسية عند النقطة الثابتة  $O$  وليكن المستوى  $oxz$  (الحركة البندولية) لإثبات أن الجسم يعمل دورات كاملة بحرسته الموازية لمستوى رأسى ثابت حول محور أفقى ثابت بسرعة زاوية متغيرة.

(18 درجة)

#### السؤال الرابع: (27 درجة)

(أ) اذا كانت دالة لاجرانج لجسيم يتحرك في الفراغ هي  $L = \frac{1}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + A\dot{x} + B\dot{y} + C\dot{z} - U(x, y, z)$  حيث

$A, B, C$  مقادير ثابتة. ابحث ما اذا كان لهذه المنظومة تكامل أول أم لا وفي حالة وجوده بين نوعه. (4 درجات)

(ب) جسيم كتلته الوحدة يتحرك في مستوى تحت تأثير الجذب النيوتوني لمركزين ثابتين المسافة بينهما  $2a$  وثابت جاورس لأحدهما  $\mu_1$  وللآخر  $\mu_2$  . استخدام الإحداثيات الناقصية لتحويل المنظومة إلى منظومة ليوفيل ثم اوجد دالة لاجرانج للمنظومة المختزلة.

(18 درجة)

(ج) اوجد العلاقة بين عزم القصور  $C$  وحاصل ضرب القصور  $F$ .

(5 درجات)

مع أطيب التمنيات بالتوفيق

إنتمصه الأسئلة

رئيس قسم الرياضيات : أ.د/ أحمد طرابية

أستاذ المادة : أ.د/ نبيلة البدويهي