جامعة دمياط كلية العلوم قسم الرياضيات	**نموذج امتحان نهائى** **الفصل الدراسي الثاني للعام الجامعي** **2023/2022**	**المستوى:** الثانى ساعات معتمدة **البرنامج:** الرياضيات **المادة:** : تحليل حقيقي2 **الكود:**(209ر) **التاريخ:** 31 / 5 /2023 **الزمن:** 3 ساعات **الدرجة الكلية:** 105 درجه

أجب عن الأسئلة الآتية: (الأسئلة فى صفحتين)

السؤال الأول: **(30 درجه)**

(أ) عرف كلا من: **الفئة المفتوحه – نقاط التراكم لفئة – الفئات المحكمة –الاتصال المنتظم لدالة – التكامل الأدنى لريمان ستليتجيز.** **(10 درجات)**

(ب) **اعطي مثال لكلاً مما يأتي مع اعطاء السبب:** **(20 درجه)**

1) فئة جزئية من $\mathbb{R}$ مكثفة ومرقمة.

2) فئة جزئية من $\mathbb{R}$ مغلقة و محكمة.

3) فئة جزئية من $\mathbb{R}$ ليس لها نقاط تراكم لكنها مغلقة.

4) دالة محدودة التباين على فترة $[a,b]$.

السؤال الثانى: **(35 درجه)**

(أ) اذكر مع البرهان مبدأ أرشميدس. **(6 درجات)**

(ب) اثبت أن تقاطع عدد منته من الفئات المفتوحة يكون فئة مفتوحة. ماذا تكون الحال اذا كان العدد غير منته. **(8 درجات)**

(ج) إذا كانت f,g دوال منتظمة الاتصال على الفئة $A\subset\mathbb{R}$. فاثبت أن $f+g$ دالة منتظمة الاتصال على A. **(6 درجات)**

(د) اذكر مع البرهان شرط كوشى للتقارب المنتظم لمتتابعات الدوال الحقيقية. **(7 درجات)**

(ه) اذكر شرط ليبشتز للاتصال. ثم اثبت أن الدالة $f:[0,2]\to\mathbb{R}$ المعرفة بالصورة $f(x)=\sqrt{x}$ لاتحقق شرط ليبشتز. **(8 درجات)**

السؤال الثالث: **(20 درجه)**

(أ) اثبت أن متتابعة الدوال (f_n) حيث $f_n(x)=tan^{-1}nx, n\in\mathbb{N}, x\in[0,1]$ غير منتظمة التقارب. **(5 درجات)**

(ب) ابحث التقارب المنتظم للمتسلسلات الاتية: **(8 درجات)**

$$1)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin nx}{n^p}, p>1, \qquad 2)\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(x^2+nx^2)}{n(n+1)}.$$

(ج) احسب قيمة التكاملات الأتية: **(7 درجات)**

$$1)\int_0^{2\pi} \sin x \ d(\cos x)\,, \qquad 2)\int_0^{3} x^2 \ d([x]-x).$$

السؤال الرابع: اثبت صحة العلاقات الاتية : **(20 درجه)**

(أ) إذا كانت $f:[a,b]\to R$ داله محدودة التباين على $[a,b]$ فإن f محدودة على $[a,b]$.

(ب) إذا كانت $g(x)$ دالة محدودة التباين على $[a,b]$، فإذا وجد عدد $m>0, m\in R$ بحيث أن $|g(x)|\geq m, \forall x\in[a,b]$ فإن $\frac{1}{g}$ محدودة التباين على $[a,b]$.

(ج) إذا كانت $f\in R(\alpha)$ على $[a,b]$، $|f(x)|\leq k$ على $[a,b]$ فإن

$$\left|\int_a^b f(x)d\alpha\right|\leq k(\alpha(b)-\alpha(a))$$

(د) إذا كانت $f_1, f_2\in R(\alpha)$ على $[a,b]$، $f_1(x)\leq f_2(x)$ لكل $[a,b]$ فإن

$$\int_a^b f_1(x)d\alpha\leq\int_a^b f_2(x)d\alpha$$

انتهت الاسئلة

مع أطيب التمنيات بالتوفيق

دكتور المادة: **د / وفاء قوطه** رئيس قسم الرياضيات: **أ.د/ أحمد محمد كامل طرابيه**