

أجب جميع الأسئلة التالية:

السؤال الأول: (35 درجة)

الدرجة

4

(1) أوجد المشتقة الأولى للدالة $y(x) = \coth^{-1}(\sinh^{-1} x - \operatorname{sech} 2x)$.

(2) احسب قيمة التكاملات الآتية

4

(i) $\int \frac{1}{x^2+2x-4} dx$

4

(ii) $\int \frac{1}{x+x^3} dx$

4

(iii) $\int \frac{1}{3+\cos x} dx$

4

(iv) $\int \cosh^{-1} x dx$

5

(3) أثبت أن $|\tan x - \tan y| \geq |x - y|$ لأي أعداد حقيقية $x, y \in (-\pi/2, \pi/2)$.

(4) احسب قيمة النهاية في كل مما يلي:

5+5

(i) $\lim_{x \rightarrow \infty} 3^x - \ln x$

(ii) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\tan x}$

السؤال الثاني: (38 درجة)

8

(1) أثبت أن $\sinh^{-1} x = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$.

8

(2) استخدم نظرية القيمة المتوسطة لتقدير قيمة $\cos(0.005)$.

8

(3) أوجد المساحة المحصورة بين المنحنيات: $x = 0, x = \pi/2, y = \sin x$ و $y = x$.

8

(4) أوجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المحددة بالمنحنيات $x = 0, x = 2, y = x, y = x^2$ حول محور X .

(5) أي من التكاملات الآتية يكون معتلا وأيها لا يكون معتلا مع ذكر السبب: (لا تكامل)

2

(i) $\int_2^6 \frac{1}{x(x-1)^{10}} dx$

2

(ii) $\int_0^\infty \sec x dx$

2

(iii) $\int_0^{\pi/5} \frac{\tan x}{x} dx$

باقي الأسئلة بالخلف

السؤال الثالث: (32 درجة)

5 (1) استخدم قاعدة أشباه المنحرفات مع $n = 4$ لإيجاد تقريب لقيمة التكامل $\int_0^{\pi} \sqrt[3]{\sin 2x} dx$.

5 (2) احسب المشتقة النونية للدالة $F(x) = x^3 \sin x$.

5 (3) أوجد مفكوك ماكلورين للدالة $f(x) = \cos x \sin 2x$.

5 (4) إذا كانت $f(x, y) = \ln(x + y - 1)$ ، فاحسب وارسم مجال تعريف الدالة f .

6 (5) بفرض أن $z - y^2 e^{xyz} = 2$ ، فاحسب المشتقتين الجزئيتين z_x و z_y .

6 (6) أدرس وجود النهاية: $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{x+2y-3}{xy-1}$

أ.د/حسن المرشدي

انتهت الأسئلة: أطيب أمنياتي بالنجاح والتفوق