جامعة دمياط Damietta University	امتحان دور يناير 2024	المستوى: الرابع الشعبة: برنامج الرياضيات المادة / الكود : ميكانيكا تحليلية/403 ر الزمن: 2 ساعة	
جامعة دمياط كلية العلوم قسم الرياضيات	التاريخ: 2023/12/30	الدرجة الكلية: 70 درجة	

أجب عن ثلاثة أسئلة فقط مما يلي على أن يكون الأول من بينهم: ملحوظة : الامتحان في ورقتين

السؤال الأول: (26 درجة)

أ)- اوجد طاقة الحركة لمنظومة ميكانيكية مكونة من N من الجسيمات ومن ثم اوجد صورتها اذا كانت المنظومة تتحرك حول نقطة ثابتة. (12 درجة)

ب)- نحلة متماثلة مكونة من قرص دائري منتظم كتلته $4m$ ونصف قطره a ، قضيب رفيع منتظم كتلته m وطوله a والقضيب عمودي على القرص ومثبت به عند مركزه. اذا بدأت النحلة الحركة عندما كان القضيب رأسيا والقرص لأعلى وسرعة لف النحلة حول محورها $3\sqrt{\frac{2g}{a}}$ فاوجد أقصى ميل لمحور النحلة أثناء الحركة.

(14 درجة)

السؤال الثاني: (22 درجة)

أ)- أكمل العبارات الآتية : i- القيود هى .....

ii – تُعرف الإزاحة الإفتراضية بأنها .....

iii- قوى العموم المصاحبة للإحداثى المعمم q_s تعطى بالعلاقة.....

iv- اذا تحرك ثلاث جسيمات بحرية فى مستوى فإن عدد درجات الحرية يكون .....

v- تنص مطابقة جاكوب على أن ..... (5 درجات)

ب)- قضيب منتظم AB طوله a حر الحركة حول محور أفقى عند A الذى يكون دائماً عمودياً على القضيب.

اذا دار هذا المحور بسرعة زاوية $\omega > \sqrt{\frac{3g}{a}}$ حول الرأسى خلال A وكان القضيب مبدئياً يدور فى مستوى أفقى بدون أى حركة رأسية فاوجد أكبر ميل للقضيب مع الرأسى وكذلك اوجد الإزدواج المؤثر على A. (9 درجات)

ج)- خرزة كتلتها m تنزلق بدون دوران على سلك حشن على شكل سيكلويد معادلته $x = a(\theta - \sin\theta)$ ، $y = a(1+\cos\theta)$ حيث $0 \le \theta \le 2\pi$. اوجد معادلة لاجرانج ثم اكتبها فى صورة معادلة حركة توافقية بسيطة واوجد حلها. (8 درجات)

السؤال الثالث: (22 درجة)

أ)- منظومة ميكانيكية لها n من إحداثيات العموم $q_s (s = 1,2,.....)$ ، دالة لاجرانج لها $L(q_s\, \dot{q}_s, t)$. اوجد معادلات هاملتون لحركة هذه المنظومة. (10 درجات)

ب)- جسيم كتلته m يتحرك على السطح المنحنى لإسطوانة دائرية قائمة نصف قطرها a تحت تأثير قوة جذب نحو نقطة الأصل o تتناسب مع بعد الجسيم عن o . اوجد :

i- دالة هاملتون ومن ثم اثبت أن العزم الزاوى حول محور oz ثابت حركة.

ii- دالة راوث واستخدمها فى إيجاد احداثيات العموم. iii- شرط إنتظام الحركة. (12 درجة)

السؤال الرابع: (22 درجة)

أ)- اذا كانت مركبات متجه كمية الحركة الزاوية حول نقطة ثابتة o لنقطة مادية تتحرك تحت تأثير قوة مركزية مركزها o هى L_x, L_y, L_z فى إتجاهات المحاور ox, oy, oz على الترتيب ، ودالة الجهد هى $U(r)$ فاثبت أن L_z يظل ثابتًا طوال الحركة. (7 درجات)

ب)- يتحرك جسم سماوى فى مجال الجذب النيوتونى. اوجد المعادلات التى تعين تمامًا حركة هذا الجسم فى المتغيرات (r,θ,ψ) باستخدام معادلة هاملتون- جاكوبى. (11 درجة)

ج)- اثبت أن التحويل $Q=\tanh^{-1}\left(\frac{q}{p}\right)$, $P=\frac{1}{2}\left(p^2-q^2\right)$ تحويل كانونى وذلك بالحصول على تفاضلية كلية لدالة فى المتغيرات $q\ ,\ p$. (4 درجات)

انتهت الأسئلة

مع أطيب التمنيات بالتوفيق

أستاذ المادة: أ.د/ نبيلة الباروبى

رئيس قسم الرياضيات: أ.د/ حسن المرشدى