جامعة دمياط
Damietta University
كلية العلوم
قسم الرياضيات

امتحان (الترم الثاني) 2025

المستوي الأول
برنامج الرياضيات
المادة: أساسيات الرياضيات (104 ر)

الزمن: 3 ساعات
الدرجة: 105 درجة
التاريخ: 25/06/2025

أجب عن الأسئلة الآتية: **السؤال الأول:** **(35 درجة)**

(1) إذا عُلم أن قيمة الصدق للتقرير المركب $(A \vee B) \to (B \vee C)$ تساوي F فإدرس التقرير المركب الآتي:

$$(A \to B) \Leftrightarrow \big((A \wedge C) \wedge B\big).$$

(2) إدرس التقرير المركب

$$\sim \big(A \wedge (B \vee C)\big) \Leftrightarrow (\sim A \vee (\sim B \wedge \sim C)$$

(3) إذا كانت المصفوفة $A = \begin{bmatrix} 3 & 9 & 15 \\ 0 & 12 & 6 \\ 0 & 0 & 18 \end{bmatrix}$. أوجد مصفوفة متماثلة B ومصفوفة شبة متماثلة C. بحيث $A = B + C$.

(4) هل المصفوفة $B = \begin{bmatrix} \cos x & -\sin x \\ \sin x & \cos x \end{bmatrix}$ مصفوفة متعامدة.

(5) إذا كان $x = 1$ جذر مكرر ثلاث مرات للمعادلة

$$x^5 - 3x^4 - 6x^3 + 26\ x^2 - 27\ x + 9 = 0$$

فاوجد باقي الجذور.

السؤال الثاني: **(35 درجة)**

(1) أوجد حل نظام المعادلات التالي باستخدام طريقة معكوس المصفوفة:

$$x + 3y + 3z = 4$$
$$x + 4y + 3z = 2$$
$$x + 3y + 4z = 7$$

(2) أوجد حل نظام المعادلات التالي باستخدام طريقة جاوس جوردان:

$$x - 3y + 4z = 12$$
$$2x - 5y + 3z = 13$$
$$x - 4y + 9z = 23$$

(3) أوجد حل المعادلة

$x^3 - 14\,x^2 - 84\,x + 216 = 0$ علماً بان جذور المعادلة متوالية هندسية.

(4) حل المعالة $6x^4 - 3\,x^3 + 8\,x^2 - x + 2 + 0$.
علماً بأن لها جذران مجموعهما صفر.

(5) بفرض أن $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ جذور للمعادلة

$$a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0$$

أثبت ان

- $\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 = \frac{a_2^2 - 2\,a_3\,a_1}{a_3^2}$.
- $\alpha_1^2\alpha_2^2 + \alpha_2^2\alpha_3^2 + \alpha_3^2\alpha_1^2 = \frac{a_1^2 - 2\,a_2\,a_0}{a_3^2}$.

السؤال الثالث: **(35 درجة)**

(1) أوجد احداثيات البؤرة - الرأس - معادلة الدليل - معادلة المحور - طول الوتر البؤري العمودي - الاختلاف المركزي لكلاً من القطاعات الآتية:
(مع التوضيح بالرسم)

- $x^2 - 6\,x = y - 4.$
- $9x^2 + 4\,y^2 - 18\,x + 24\,y + 9 = 0.$
- $25\,x^2 - 49\,y^2 = 1225.$

(2) أوجد نوع القطع الذي تمثلة المعادلات الاتية (وذلك من خلال المميز):

- $x^2 + 4\,x\,y + y^2 - 2\,x + 2y - 6 = 0$.
- $5\,x^2 - 6\,x\,y + 5\,y^2 + 22\,x - 26\,y + 29 = 0.$

مع أطيب الرجاء بالنجاح والتوفيق

د. هدي حمدان