جامعة دمياط
Damietta University
جامعة دمياط
كلية العلوم
قسم الرياضيات

نموذج امتحان
نهائي الفصل الدراسي الثاني
للعام الجامعي ٢٠٢٤/٢٠٢٥

المستوى: الرابع
البرنامج: رياضيات
المادة: تحليل مركب
الكود: ٤٠٢ر
التاريخ: ٢٥/ ٦ /٢٠٢٥
الزمن: ٣ ساعات
الدرجة الكلية: ١٠٥ درجة

أجب عن الأسئلة الآتية:

السؤال الأول: **(٢٢ درجة)**

أ- عين فئة النقاط z التى تحقق $|z+1| \le 1$. (٦ درجات)

ب- أوجد قيم z التى تحقق $e^{iz} = 1$. (٦ درجات)

ج- أوجد صورة المثلث الذى رؤوسه $(0,2),(2,0),(0,0)$ تحت تأثير التحويلة $w = iz + 1$.
ماذا تلاحظ؟ (١٠ درجات)

السؤال الثانى: **(٢٩ درجة)**

أ- احسب النهايات الاتية: (١٢ درجات)

$$a)\ \lim_{z\to -i}\frac{iz^3+1}{z^2+1}, \qquad b)\ \lim_{z\to 0}\frac{\sin z}{z^2-z}.$$

ب- عرف الدالة التحليلية عند نقطة-الدالة التوافقية. ثم اثبت أن الدالة $U=e^{-y}\cos x$ توافقية ثم أوجد مرافق توافقى V بحيث تكون $f(z) = U + iV$ تحليلية. (١٧ درجات)

السؤال الثالث: **(٢٠ درجة)**

أ- أوجد صورة المستقيمين $y = x - 1, \quad y = 0$ باستخدام التحويلة $w = \frac{1}{z}$ مع رسم منحنيات الأصل والصورة ،ماذا تلاحظ؟ (١٠ درجات)

ب- اذكر بدون برهان مفكوك لورانت ثم أوجد مفكوك لورانت للدالة $f(z) = \frac{3}{2+z-z^2}$ محققة فى المنطقة $1 < |z| < 2$.

(١٠ درجات)

السؤال الرابع: **(٣٤ درجة)**

أ- اذكر مع البرهان نظرية المدلول، ثم أوجد قيمة (١٢ درجة)

$$\oint_c \frac{f'(z)}{f(z)}dz, \quad f(z) = \frac{(z^2+1)^2}{(z^2+2z+4)^3}, c: |z| = 2$$

ب- اثبت انه اذا كانت $f(z)$ تحليلية على الحد c لمنطقة بسيطة الترابط R وداخله فان $f(a) = \frac{1}{2\pi i}\oint_c \frac{f(z)}{z-a}, a \in R$

ثم احسب قيمة التكاملات الاتية: (١٢ درجة)

$$(i)\ \oint_c \frac{\sin z}{(z-2)^2}dz, c: |z| = 3, \qquad (ii)\ \oint_c \frac{z}{(z-2)^3(z+2)}dz, \ c: |z| = 3$$

ت- اذكر نظرية المتبقى، ثم أوجد (١٠ درجة)

$$(i)\ \oint_c \frac{dz}{(z^2+9)(z+9)}, c: |z| = 4, \qquad (ii)\ \oint_c \frac{dz}{z^2(z+2i)}, c: |z| = 1$$

انتهت الاسئلة

مع أطيب التمنيات بالتوفيق