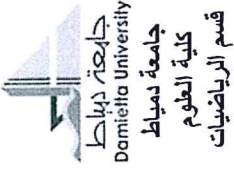


المستوى: الرابع
البرنامج: رياضيات
المادة: تحليل مركب
الكود: ٤٠٢
التاريخ: ٢٠٢٥/٦/٢٥
الزمن: ٣ ساعات
الدرجة الكلية: ١٠٥ درجة

نموذج امتحان

نهائي الفصل الدراسي الثاني

للعام الجامعي ٢٠٢٤/٢٠٢٥



أجب عن الأسئلة الآتية:

(٢٢ درجة)

السؤال الأول:

- أ- عين فئة النقاط z التي تحقق $|z + 1| \leq 1$.
ب- أوجد قيم z التي تحقق $1 = e^{iz}$.
ج- أوجد صورة المثلث الذي رؤوسه $(0,0), (2,0), (0,2)$.
 $w = iz + 1$ التحويلة
ماذا تلاحظ؟

(١٠ درجات)

(٢٩ درجة)

السؤال الثاني:

أ- احسب النهايات الآتية:

$$a) \lim_{z \rightarrow -i} \frac{iz^3 + 1}{z^2 + 1},$$

$$b) \lim_{z \rightarrow 0} \frac{\sin z}{z^2 - z}.$$

ب- عرف الدالة التحليلية عند نقطة-الدالة التوافقية. ثم أثبت أن الدالة $U = e^{-y} \cos x$ توافقية ثم أوجد مرافق توافق V بحيث تكون $f(z) = U + iV$ تحليلية.

(١٧ درجات)

(٢٠ درجة)

السؤال الثالث:

أ- أوجد صورة المستقيمين $1 - x = y$, باستخدام التحويلة $w = \frac{1}{z}$ مع رسم منحنيات الأصل والصورة

(١٠ درجات)

،ماذا تلاحظ؟

ب- اذكر برون برهان مفكوك لورانت ثم أوجد مفكوك لورانت للدالة $f(z) = \frac{3}{2+z-z^2}$ محققة في المنطقة

$$1 < |z| < 2$$

(١٠ درجات)

(٣٤ درجة)

السؤال الرابع:

أ- اذكر مع البرهان نظرية المثلث، ثم أوجد قيمة

$$\oint_c \frac{f'(z)}{f(z)} dz, f(z) = \frac{(z^2 + 1)^2}{(z^2 + 2z + 4)^3}, c: |z| = 2$$

ب- أثبت أنه إذا كانت $f(z)$ تحليلية على الحد c لمنطقة بسيطة الترابط R وداخله فإن $a \in R$

(١٢ درجة)

ثم احسب قيمة التكاملات الآتية:

$$(i) \oint_c \frac{\sin z}{(z-2)^2} dz, c: |z| = 3,$$

(١٠ درجة)

ت- اذكر نظرية المتبقي، ثم أوجد

$$(ii) \oint_c \frac{dz}{z^2(z+2i)}, c: |z| = 1$$

انتهت الاسئلة

مع أطيب التمنيات بالتوفيق